Другой подход к определению случайной ДС основан на том, что преобразование T_y пространства X, зависящее от случайного параметра y, порождает на X *марковский случайный процесс* ξ_t с дискретным временем (цепь Маркова), у к-рого вероятность перехода за один шаг из точки $x \in X$ в множество $A \subset X$ равна вероятности того, что $T_y x \in A$. Этот марковский процесс и наз. случайной ДС. Если случайный параметр y в том или ином смысле близок к фиксиров. значению y^0, то процесс ξ_t наз. малым случайным *возмущением неслучайной ДС* $\{T^t\} = \{T^t_{y^0}\}$. Это определение переносится на системы с непрерывным временем, для них процесс ξ_t часто описывается дифференц. ур-ниями со случайным коэф. или дифференц. *стохастическими уравнениями*. Несколько иной тип малого случайного возмущения ДС — это марковский процесс, в к-ром случайная точка, выйдя из x, распределяется через единицу времени вблизи точки $T^1 x$. Центральная проблема теории малых случайных возмущений касается поведения инвариантной меры μ_ε соответствующего марковского процесса при стремлении к нулю величины возмущения, характеризуемой параметром ε. Первоначально эта проблема изучалась для ДС с притягивающими неподвижными точками (положениями равновесия) или предельными циклами. В 70-х гг. началось исследование систем с гиперболич. аттракторами. Если при $\varepsilon_n \to 0$ последовательность мер μ_{ε_n} сходится, то предельная мера, как правило, оказывается инвариантной мерой невозмущённой ДС. На гиперболич. аттракторе сосредоточено несчётное множество инвариантных мер, однако при нек-рых общих условиях μ_ε сходится лишь к одной из них, а именно к равновесному состоянию, отвечающему коэффициенту растяжения объёма на неустойчивом многообразии (см. ниже).

Э. т. и классическая статистическая физика

Э. т., обязанная своим возникновением *статистической физике*, долгое время развивалась самостоятельно и лишь в 1970-х гг. вновь испытала влияние идей статистич. физики. Причины этого — появление новых методов в самóй Э. т., с одной стороны, и дальнейшая математизация статистич. физики — с другой.

Переосмысление понятия термодинамич. предельного перехода привело к общему определению гиббсовского случайного поля, иначе — гиббсовской меры, или *Гиббса распределения*, на фазовом пространстве бесконечной системы взаимодействующих частиц. Эта мера определяется своим гамильтонианом. В случае системы частиц с координатами $q_i \in R^d$, импульсами $p_j \in R^d$, гамильтониан к-рой имеет вид

$$H_U = \sum_i (p_i^2 + q_i^2)/2 + \sum_{i<j} U(|q_j - q_i|),$$

где U — потенциал попарного взаимодействия, она инвариантна относительно бесконечночастичной гамильтоновой ДС $\{T^t_U\}$, отвечающей H_U. В то же время никакая гиббсовская мера с гамильтонианом общего вида, отличным от H_U, не является $\{T^t_U\}$-инвариантной [единственное нетривиальное исключение относится к потенциалу $U(r) = a/\mathrm{sh}^2(br)$; a, $b = \mathrm{const}$]. Этот факт согласуется с принципом необратимости и сходимости к равновесию, строгое обоснование к-рого, вообще говоря, возможно только для систем с бесконечным числом степеней свободы и в общем случае отсутствует.

Поток $\{T^t_U\}$ с инвариантной гиббсовской мерой наз. ДС статистич. механики. Её эргодич. свойства известны лишь для самых простых взаимодействий. Так, если $U=0$ (случай идеального газа неразличимых частиц), то $\{T^t_U\}$ является Б-системой. Более содержательна др. бесконечномерная модель — газ Лоренца (H. Lorentz), отличающаяся от модели идеального газа тем, что точечные частицы движутся не во всём пространстве R^d, а вне области, занимаемой бесконечным множеством d-мерных шаров (рассеивателей), отражаясь от границы каждого шара по закону: «угол падения равен углу отражения». Упрощённый вариант этой модели, где имеется лишь одна движущаяся частица, а рассеиватели расположены периодически, сводится к рассеивающему биллиарду на d-мерном торе, из к-рого выброшено конечное число шаров. При $d=2$ для соответствующего потока $\{T^t\}$ и ф-ции $q(x)$, задающей координату q точки $x=(q, p)$ фазового пространства, доказано, что случайный процесс $(1/\sqrt{s})q(T^{st}x)$, рассматриваемый на любом конечном интервале времени $0 \leqslant t \leqslant t_0$, сходится при $s \to \infty$ к *броуновскому движению* и что существует положит. коэф. диффузии, выражаемый через *корреляционную функцию скорости движущейся частицы*. Это первый пример, в к-ром броуновское движение строго выводится из чисто детерминиров. динамики.

Для случая, когда в той же ситуации движется бесконечное множество частиц, доказано, что соответствующий поток является К-системой. Природа стохастичности этой системы иная, чем у идеального газа. В самом деле, в отличие от модели Лоренца, в движении отд. частицы идеального газа нет никакой стохастичности и, т. к. частицы друг с другом не взаимодействуют, стохастичность всей системы выглядит парадоксально, по крайней мере, она не согласуется с общепринятым представлением, что в основе этого свойства должна лежать нетривиальность взаимодействия. В случае же идеального газа причиной стохастичности служат бесконечность числа частиц и их неразличимость — при отказе от любого из этих условий стохастичность исчезает (впрочем, неразличимость частиц, вследствие к-рой координата и скорость отд. частицы не являются ф-циями на фазовом пространстве, можно считать суррогатом взаимодействия).

Другая идея статистич. физики, оказавшая влияние на Э. т.,— это вариационный принцип Гиббса, согласно к-рому гиббсовская мера характеризуется макс. значением энтропии при фиксиров. средней энергии. Для одномерной решёточной спиновой модели его точная формулировка такова. Пусть X — пространство последовательностей $x = \{x_i, -\infty < i < \infty\}$, $x_i = \pm 1$, и S — определённое на нём преобразование сдвига, т. е. (X, S) — символич. ДС, для к-рой инвариантная мера пока не выбрана. На множестве всех S-инвариантных вероятностных мер μ вводится функционал

$$F(\mu) = h_\mu - \int_X \varphi(x)\mu(dx),$$

где h_μ — энтропия каскада $\{S^t\}$ (для этой и др. дискретных моделей статистич. физики величина, соответствующая энтропии Гиббса, совпадает с h_μ), а $\varphi(x)$ — энергия взаимодействия спина в нулевой точке решётки $\mathbb{Z}$ со всеми остальными спинами. Вариационный принцип для рассматриваемой бесконечной модели гласит, что гиббсовские меры, отвечающие заданному взаимодействию, и только они максимизируют функционал $F(\mu)$ [при этом $\max F(\mu)$ есть термодинамич. предел логарифма *статистической суммы*]. Если взаимодействие достаточно быстро убывает на бесконечности, то существует только одна гиббсовская мера и по отношению к ней S является Б-системой.

Очевидно, функционал $F(\mu)$ имеет смысл для любой ДС и любой ограниченной ф-ции φ, заданной на её фазовом пространстве. Обычно φ предполагается непрерывной ф-цией, тогда $\sup F(\mu)$ по всем инвариантным мерам можно определить в чисто топологич. терминах без помощи каких-либо мер на фазовом пространстве. По аналогии со спец. случаем, рассмотренным выше, эта верхняя грань наз. топологич. давлением (при $\varphi = 0$ это не что иное, как топологич. энтропия), а меры, на к-рых она достигается, наз. равновесными состояниями, отвечающими φ. Однако в общем случае равновесные состояния могут и не существовать (даже при $\varphi = 0$).

Особенно полезно рассмотрение равновесных состояний в случае гиперболич. ДС. В частности, инвариантная мера на гиперболич. аттракторе, к к-рой сходятся ср. арифметические сдвигов риманова объёма, служит равновесным состоянием для ф-ции φ, равной в каждой точке x логарифму локального коэф. растяжения $k^U(x)$ риманова объёма на неустойчивом многообразии, проходящем через