

Простейший путь решения ур-ний (2) основан на предположении о независимости W_e и W_p от энергии и отсутствия потерь. В этом случае методом функциональных преобразований может быть найдено аналитич. решение в виде $N(t, \mathcal{E}, \mathcal{E}_0)$. Получаемый результат справедлив лишь в области энергий $\mathcal{E} \gg 68Z^{-1/3}$ МэВ (условие полного экранирования) и $\mathcal{E} \gg \epsilon$. В параметрич. форме выражение для ф-ции $N(t, \mathcal{E}, \mathcal{E}_0)$ имеет вид

$$N(\mathcal{E}, \mathcal{E}_0, t) = \frac{[H(s)/s](\mathcal{E}_0/\mathcal{E})^s \exp[\lambda(s)t]}{\sqrt{2\pi\lambda''(s)t}}, \quad (3)$$

$$\lambda'(s)t + \ln(\mathcal{E}_0/\mathcal{E}) = 0. \quad (4)$$

Параметр s наз. возрастом ливня. При $t=0$ $s=0$, в максимуме каскада $s \approx 1$, за максимумом $s > 1$.

Из (3) следует, что спектр электронов степенной и зависит только от отношения $(\mathcal{E}/\mathcal{E}_0)$. Решения ур-ний (2) с учётом ионизац. потерь при постоянных W_e и W_p для лёгких веществ позволяют найти полное число частиц с энергией $\mathcal{E} > 0$. Для максимума каскадной кривой на рис. 1 число частиц

$$N_{\text{макс}}(\mathcal{E}_0, 0, t_{\text{макс}}) = 0,3(\mathcal{E}_0/\epsilon) / \sqrt{\ln(\mathcal{E}_0/\epsilon)}, \quad (5)$$

$$t_{\text{макс}} = 1,01 \ln(\mathcal{E}_0/\epsilon).$$

В максимуме ливня спектр вторичных частиц имеет вид $N(t_{\text{макс}}, \mathcal{E}, \mathcal{E}_0) \sim \mathcal{E}_0/\mathcal{E}$. Равновесный спектр $\mathcal{P}(\mathcal{E}) = \int_0^\infty \mathcal{P}(t, \mathcal{E}) dt$ близок по форме к спектру в максимуме ливня.

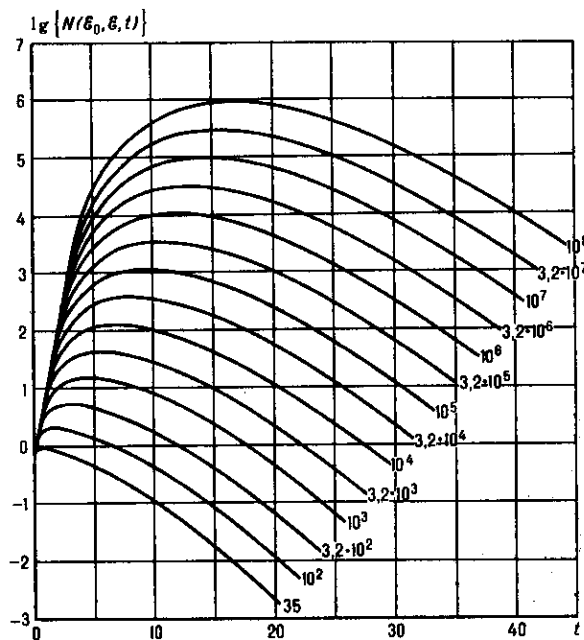


Рис. 1. Каскадные кривые в Pb для первичного фотона при различных первичных энергиях (в МэВ) и $\mathcal{E}=0$.

Ливни в тяжёлых веществах. В тяжёлых веществах (большие Z) образование вторичных частиц особенно эффективно (т. к. мала критич. энергия ϵ и велико значение \mathcal{E}_0/ϵ). Однако решение задачи затруднительно, т. к. при малых ϵ сечение поглощения фотонов в тяжёлых веществах сильно зависит от энергии. Необходимо также учитывать рассеяние частиц. При относительно невысоких энергиях \mathcal{E}_0 для определения $\mathcal{P}(t, \mathcal{E})$ и $\Gamma(t, \mathcal{E})$ пользуются т. н. методом статистич. испытаний. Разработаны также приближённые методы, позволяющие получить результаты при высо-

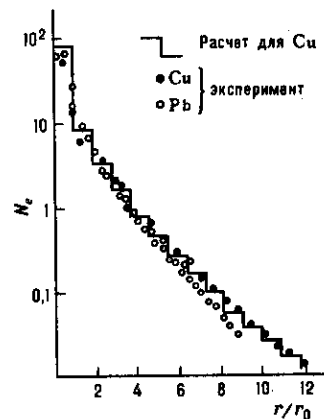
ких энергиях первичных частиц \mathcal{E}_0 . Качественно решение имеет вид, аналогичный (3, 4), однако при одном и том же значении (\mathcal{E}_0/ϵ) число частиц в максимуме каскада в 2—3 раза меньше, чем для лёгких элементов, и каскад поглощается медленней, т. е. растягивается в глубину. Поглощение каскада определяется фотонами с энергией, соответствующей минимуму поглощения.

Площадь под каскадной кривой во всех случаях постоянна и равна $\int_0^\infty N(t, 0) dt = \mathcal{E}_0/\epsilon$. Это выражение используется при определении энергии фотонов и электронов высокой энергии в *ионизационных калориметрах*. Среднеквадратичный угол рассеяния $\langle \theta \rangle$ частиц в максимуме каскада велик, так что значит. часть частиц движется в обратном направлении.

В тяжёлых веществах при энергиях $\mathcal{E}_0 > 10$ ТэВ начинает сказываться т. н. эффект Ландау — Померанчука — Мигдала, к-рый приводит к уменьшению числа частиц в максимуме лавины, смещению максимума к большему глубинам t и замедлению поглощения каскада. Этот эффект связан с тем, что при увеличении энергии растёт эфф. радиус взаимодействия частиц и необходимо учитывать коллективные эффекты.

Пространственное распределение частиц, т. е. зависимость числа частиц от расстояния до оси ливня (продольные траектории первичной частицы), может быть найдено по максимуму числа частиц в поперечных плоскостях при разных t . Изучение пространств. распределения имеет важное значение при исследовании *широких атмосферных ливней*. Пространств. распределение зависит от возраста Э.-ф. л. В первом приближении $N \sim r^{s-2}$. Пространств. распределение электронов N_e в Pb и Cu при $\mathcal{E}_0 = 6$ ГэВ показано на рис. 2.

Рис. 2. Пространственное распределение частиц (N_e в произвольных единицах) в ливне при $\mathcal{E}_0 = 6$ ГэВ.



Вблизи оси Э.-ф. л. число электронов в круге радиусом r при $r \ll t_0$ зависит только от произведения $\mathcal{E}_0 r$ и не зависит от \mathcal{E} . Это является следствием однородности ф-ции $\mathcal{P}(\mathcal{E}_0/\mathcal{E}, t)$. Расстояние, на к-рое отходит электрон от оси ливня, определяется кулоновским рассеянием на пути, равном t_0 : $r \sim \langle \theta \rangle \sim \mathcal{E}_s/\mathcal{E}$, т. е. $\mathcal{P}(\mathcal{E}_0/\mathcal{E}, t) = \mathcal{P}(\mathcal{E}_0 r/\mathcal{E}_s, t)$. Это свойство пространств. распределения используется для определения энергии фотонов в *рентгеномульсионных камерах*.

Сложные среды. В этом случае возникают т. н. переходные эффекты, приводящие к значит. (в неск. раз) уменьшению числа частиц при переходе из тяжёлых веществ в лёгкие. Это обусловлено тем, что в развитом каскаде ср. энергия частиц близка к критической ϵ . В лёгких веществах ϵ больше, чем в тяжёлых. Поэтому при переходе Э.-ф. л. из тяжёлого вещества в лёгкие ср. энергия частиц возрастает. Это возможно только из-за поглощения частиц малой энергии. Уменьшение числа частиц начинает сказываться и перед границей раздела, т. к. из-за многократного рассеяния часть частиц движется в обратном направлении (рис. 3). Переходные эффекты играют большую роль в калориметрич. установках, где используются комбинации Cu, Pb или U и пластик. сцинтилляторов.

Реальные Э.-ф. л. подвержены флуктуациям. Если бы все частицы ливня были независимы, то флуктуации были бы пуассоновскими с дисперсией $\sigma \sim \langle N_e \rangle$. Существование