



Рис. 3. Графики функций I_n и K_n вещественного аргумента x для некоторых целых значений ν .

Интегральные представления Зоммерфельда для $K_\nu(z)$ ($\text{Re } z > 0$):

$$K_\nu(z) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-z \text{ch} \psi + \nu \psi) d\psi = \int_0^{\infty} \exp(-z \text{ch} \psi) \text{ch} \psi d\psi,$$

$$K_\nu(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{z}{2}\right)^\nu \int_0^{\infty} \exp\left[-\left(t + \frac{z^2}{4t}\right)\right] t^{-\nu-1} dt.$$

Асимптотическое поведение при $z \rightarrow +\infty$:

$$I_\nu(z) = \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}} \left[1 + O\left(\frac{1}{z}\right)\right], \quad K_\nu(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} \left[1 + O\left(\frac{1}{z}\right)\right].$$

Связь между ф-циями $I_\nu(z)$ и $K_\nu(z)$:

$$I_{-\nu}(z) = I_\nu(z), \quad K_{-\nu}(z) = K_\nu(z),$$

$$K_\nu(z) = \frac{\pi I_{-\nu}(z) - I_\nu(z)}{2 \sin \pi \nu}.$$

Разложение в ряды:

$$I_\nu(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(z/2)^{\nu+2k}}{k! \Gamma(k+\nu+1)},$$

$$K_\nu(z) = (-1)^{n+1} I_n(z) \ln \frac{z}{2} + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^k (n-k-1)!}{k!} \left(\frac{z}{2}\right)^{2k-n} + \frac{1}{2} (-1)^n \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(z/2)^{2k+n}}{k! (k+n)!} [\Psi(n+k+1) + \Psi(k+1)]$$

(при $n=0$ первую сумму следует полагать равной нулю, $\Psi = \Gamma$).

Рекуррентные соотношения и ф-лы дифференцирования:

$$I_{\nu-1}(z) - I_{\nu+1}(z) = \frac{2\nu}{z} I_\nu(z),$$

$$I_{\nu-1}(z) + I_{\nu+1}(z) = 2I'_\nu(z), \quad I'_0(z) = I_1(z),$$

$$K_{\nu-1}(z) - K_{\nu+1}(z) = -\frac{2\nu}{z} K_\nu(z),$$

$$K_{\nu-1}(z) - K_{\nu+1}(z) = -2K'_\nu(z), \quad K'_0(z) = -K_1(z).$$

Ф-ции $I_\nu(z)$ и $K_\nu(z)$ полуцелого порядка:

$$I_{n-\frac{1}{2}}(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}} z^n \left(\frac{1}{z} \frac{d}{dz}\right)^n \text{ch } z \quad (n=0, 1, \dots),$$

$$K_{n-\frac{1}{2}}(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} z^n \left(-\frac{1}{z} \frac{d}{dz}\right)^n e^{-z} \quad (n=0, 1, \dots).$$

Лит.: Ватсон Г. Н., Теория бесселевых функций, пер. с англ., ч. 1, М., 1949; Бейтмен Г., Эрдей А., Высшие трансцендентные функции, пер. с англ., М., 1974; Никифоров А. Ф., Уваров В. Б., Специальные функции математической физики, 2 изд., М., 1984; Справочник по специальным функциям..., пер. с англ., М., 1979. А. Ф. Никифоров.

ЦИНК (лат. Zincum), Zn,—хим. элемент побочной подгруппы II группы периодич. системы элементов, ат. номер 30, ат. масса 65,39. В природе представлен 5 стабильными изотопами: ^{64}Zn (48,6%), ^{66}Zn (27,9%), ^{67}Zn (4,1%), ^{68}Zn (18,8%), ^{70}Zn (0,6%). Конфигурация внеш. электронных оболочек $3s^2 p^6 d^{10} 4s^2$. Энергия последоват. ионизаций (эВ): 9,394; 17,964; 39,722; 61,6; 86,3. Радиус атома Zn 139 пм, иона Zn^{2+} 83 пм. Значение электроотрицательности 1,6. Работа выхода электрона 4,24 эВ.

Синево-белый металл с гексагональной плотноупакованной кристаллич. структурой; постоянные решетки: $a=266,4$ пм; $c=494,6$ пм. $t_{пл}=419,5$ °С, $t_{кин}=906-907$ °С. Уд. теплоёмкость 25,4 Дж/(моль·К), уд. теплота плавления 7,24 кДж/моль. Плотн. 7,133 кг/дм³ (при 25 °С). Характеристич. темп-ра Дебая в пределах 305—319,7 К, темп-ра перехода в сверхпроводящее состояние 0,875 К. Температурный коэф. линейного расширения $39,7 \cdot 10^{-6}$ (20—250 °С). Магн. восприимчивость $\chi = -0,175 \cdot 10^{-9}$ (при 20 °С). Уд. электрич. сопротивление 0,0545 мкОм·м (при 0 °С), температурный коэф. электрич. сопротивления при 0 °С составляет $4,17 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$ и с ростом темп-ры до 100 °С падает до $3,7 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$. Механич. свойства Ц. зависят от характера его обработки. При 20 °С для отожжённого Ц. модуль нормальной упругости 99,2 ГПа, модуль сдвига 38 ГПа, модуль объёмного сжатия 69,4 ГПа. Тв. по Бринеллю 412 МПа.

В хим. соединениях проявляет степень окисления +2. На воздухе покрывается тонкой прочной плёнкой оксида. Ц. используют для цинкования железа и его сплавов для предохранения от коррозии. Ц. входит в состав разл. сплавов: латуней (с медью), бронз (с медью и оловом), мельхиора (с никелем) и др. Ц. используют в аккумуляторах, электрич. батареях. Сульфид ZnS —наиб. распространённый люминофор. Оксид ZnO —белый пигмент—цинковые белила. Разл. соединения Ц. применяют в фармакологии. Соединение Ц. и сурьмы—антимонид Ц.—полупроводниковый материал. В качестве радиоакт. индикатора используют радионуклид ^{65}Zn (электронный захват и β^- -распад, $T_{1/2}=243,9$ сут). С. С. Бердонос.

ЦИРКОНИЙ (лат. Zirconium), Zr,—хим. элемент IV группы периодич. системы элементов, ат. номер 40, ат. масса 91,224, переходный металл. В природе представлен 5 стабильными изотопами: ^{90}Zr — ^{92}Zr , ^{94}Zr и ^{96}Zr , наиб. распространён ^{90}Zr (51,47%), наименее— ^{96}Zr (2,80%). Конфигурация внеш. электронных оболочек $4s^2 p^6 d^2 5s^2$. Энергия последоват. ионизации (эВ): 6,837; 13,13; 22,98; 34,32; 82,3. Радиус атома Zr 160 пм, иона Zr^{4+} 82 пм. Значение электроотрицательности 1,4. Работа выхода электрона 3,9—4,1 эВ. Металлич. Ц. «прозрачен» для тепловых нейтронов (сечение захвата $0,18 \cdot 10^{-28} \text{ м}^2$).

Светло-серый металл. Ниже 863 °С устойчив α -Zr с гексагональной плотноупакованной кристаллич. структурой, параметры решетки: $a=322,3$ пм, $c=514,7$ пм; при более высоких темп-рах [до $t_{пл}=(1852 \div 1855)$ °С] устойчив β -Zr с кубической объёмноцентрир. решёткой. $t_{кин}=3600-3700$ °С. Плотность 6,50 кг/дм³. Уд. теплоёмкость $c_p = 25,3$ Дж/(моль·К), уд. теплота плавл. 14,6 кДж/моль. Характеристич. темп-ра Дебая в пределах 237—310 К. Температурный коэф. линейного расширения $5,9 \cdot 10^{-6} \text{ К}^{-1}$ (при 0—593 К). Парамагнитен, магн. восприимчивость $\chi = +1,4 \cdot 10^{-9}$ (при 18 °С). Уд. электрич. сопротивление 0,46 мкОм·м (при 300 К), температурный коэф. электрич. сопротивления $4,35 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$ (при 273—473 К). Чистый Ц. (особенно полученный термич. разложением иодида ZrI_4) высокопластичен, тв. иодидного прутка по Бринеллю 638—687 МПа, по Виккерсу—ок. 1 ГПа. Модуль нормальной упругости 96—99 ГПа.

В хим. соединениях обычно проявляет степень окисления +4. Характеризуется высокой коррозионной стойкостью не только по отношению к воздуху, но и ко мн. агрессивным средам (как кислотным, так и щелочным).

Ц., тщательно очищенный от его ближайшего аналога—гафния (сильно поглощающего тепловые нейтроны), применяют в реакторостроении. Так, для изготовления оболо-