

где f — фокусное расстояние линзы. В оптике пространств. спектральное разложение тесно связано со свойством линзы фокусировать параллельный пучок света: падающая на линзу плоская волна $\exp i(ux + vy)$ с пространств. частотой (u, v) фокусируется линзой в точку фокальной плоскости с координатами $x = fu/k$ и $y = fv/k$ (рис. 5). Падающая на линзу произвольная волна с комплексной амплитудой

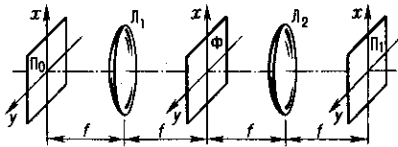


Рис. 5.

$f(x, y)$ может быть представлена, согласно (11), суперпозицией плоских волн разных направлений (т. е. разных пространств. частот u, v), и каждая из плоских волн в этой суперпозиции фокусируется линзой в свою определ. точку фокальной плоскости, создавая в ней световое поле с амплитудой, пропорциональной амплитуде соответствующей волны, и с фазой, определяемой фазой соответствующей волны, т. е. создавая в ней колебание, пропорциональное величине $F(kx/f, ky/f)$, где $F(u, v)$ — преобразование Фурье ф-ции $f(x, y)$. Т. о., световое поле, возникающее в фокальной плоскости линзы, представляет собой пространств. спектральное разложение волны, падающей на линзу.

Теория Аббе формирования изображения (принцип двойной дифракции). На рис. 5 в качестве примера оптич. системы, формирующей изображение, приведена система, состоящая из двух линз L_1 и L_2 с общей фокальной плоскостью Φ ; входной плоскостью Π_0 (где размещается предмет) служит передняя фокальная плоскость линзы L_1 , а выходной плоскостью, где возникает изображение, — задняя фокальная плоскость линзы L_2 — плоскость Π_1 .

Формирование изображения в оптич. системе, согласно теории Аббе, — двухэтапный процесс. Первый этап (первая «дифракция») — это распространение света от входной плоскости до плоскости Φ , где формируется пространств. спектр предметной волны. На этом этапе линза L_1 осуществляет первое пространств. фурье-преобразование. Второй этап (вторая дифракция) — распространение света от плоскости Φ (к-рая наз. фурье-плоскостью оптич. системы) до плоскости изображения. На этом этапе линза L_2 осуществляет ещё одно преобразование Фурье. В результате двух последоват. преобразований Фурье возникает перевернутое изображение — поле с комплексной амплитудой $g(x, y) = f(-x, -y)$, тождественное с точностью до инверсии предметному полю $f(x, y)$.

Частотная характеристика оптической системы формирования изображения. Описанная выше оптич. система является идеальной: изображение, тождественное предмету, создаётся системой с частотной характеристикой

$$H(u, v) = 1.$$

В действительности же оптич. система вносит искажения. Принципиальными являются дифракц. искажения, обусловленные конечностью размеров линз. Влияние конечных размеров линз моделируется диафрагмой, расположенной в фурье-плоскости оптич. системы (рис. 6) (диаметр диа-

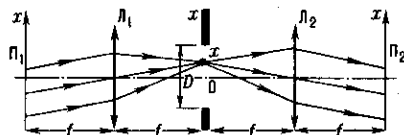


Рис. 6.

фрагмы D равен диаметру меньшего из объективов). В формировании изображения в такой модели принимают участие лишь те плоские волны, к-рые фокусируются лин-

зой L_1 внутрь диафрагмы, т. е. волны с пространств. частотами

$$|u^2 + v^2| \leq (kD/2f)^2.$$

Эти волны приходят к плоскости изображения Π_2 без искажений по амплитуде и фазе. Все прочие волны, задерживаясь диафрагмой, не достигают плоскости изображения, т. е. оптич. система имеет частотную характеристику:

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{при } |u^2 + v^2| \leq (kD/2f)^2 \\ 0 & \text{при } |u^2 + v^2| > (kD/2f)^2 \end{cases} \quad (15)$$

(т. н. дифракционно-ограниченная система). Ф-ция рассеяния [обратное фурье-преобразование ф-ции (15)] имеет вид

$$h(x) = \sin\left(\pi \frac{D}{\lambda f} x\right) / \pi x \quad (\text{одномерный случай});$$

$$h(\rho) = J\left(\pi \frac{D}{\lambda f} \rho\right) / \pi \rho \quad (\text{круглая диафрагма}).$$

Принцип корреляционной фильтрации. Т. к. плоские волны разных пространств. частот, фокусируясь линзой L_1 в разные точки фурье-плоскости, пространственно разделяются, то можно избирательно воздействовать на разл. пространств. гармоники. Если маленькую пластинку-транспарант, вносящую определ. поглощение и (или) определ. фазовую задержку, поместить в точку (x, y) фурье-плоскости, то эта пластинка изменит амплитуду и (или) фазу только той плоской волны, к-рая в эту точку фокусируется (т. е. волны с частотой $u = kx/f, v = ky/f$). При этом все др. волны достигают плоскость изображения без искажений по амплитуде и фазе. Помещая в фурье-плоскость разл. маски-транспаранты, можно непосредственно влиять на пространств. спектр изображения.

Маска с ф-цией пропускания $m(x, y)$, помещённая в фурье-плоскость, приводит к частотной характеристике

$$H(u, v) = m(fu/k, fv/k).$$

Метод управления частотной характеристикой оптич. системы с помощью транспарантов, устанавливаемых в фурье-плоскости, наз. принципом корреляц. фильтрации. С его помощью решаются разнообразные задачи, такие, как улучшение разрешающей способности оптич. системы, связанное, напр., с сужением гл. максимума ф-ции рассеяния; уменьшение боковых лепестков ф-ции рассеяния (апо-дизация), выполняемое с помощью т. н. мягких диафрагм — плавного уменьшения пропускания диафрагмы от центра к краям (напр., по линейному закону); устранение пространств. периодич. шума в изображении; апостериорная обработка изображений.

С помощью оптич. системы можно совершать ряд матем. преобразований. Для этого ф-ция, подлежащая преобразованию (в общем случае ф-ция двух переменных), записывается в виде комплексной пропускания транспаранта, к-рый располагается во входной плоскости. При освещении такого транспаранта параллельным пучком лазера получаем на выходе транспаранта требуемое поле $f(x, y)$, преобразуемое затем в оптич. системе. Таким способом можно проводить двумерное преобразование Фурье, операции свёртки и корреляции, дифференцирование ф-ций одной переменной с помощью частотной характеристики $H(u) = iu$ [1] и т. д. Многоканальный анализатор спектра, выполняемый с помощью комбинации сферич. и цилиндрич. линз, позволяет проводить одномерное преобразование Фурье в большом числе каналов одновременно.

Преобразование пространственно-случайных (спекл-полей) в оптических системах. Из теории фильтрации случайных сигналов линейными колебат. системами хорошо известна связь между спектрами мощности (фурье-образами корреляц. ф-ций) сигналов на входе и выходе фильтра $G_k(\omega) = F_k(\omega) |H(\omega)|^2$, где $H(\omega)$ — частотная характеристика фильтра. Аналогичное равенство справедливо для решения задачи фильтрации спекл-полей в оптич. (пространств.) фильтрах: