гии в магнетике или порядка характерных значений упругих модулей в кристалле. При низких темп-рах пары вихрь — антивихрь образуют своего рода «молекулярный» газ; при достижении критич. темп-ры Т. ф. п. часть «молекул» диссоциирует и свободные вихри и антивихри образуют нейтральную (в смысле топологич. заряда) «плазму». На основе этой аналогии в сочетании с ренормгрупповым подходом Дж. М. Костерлиц и Д. Д. Таулесс [3] определили темп-ру Т. ф. п. и установили универсальность критич. поведения корреляц. ф-ций. Т. ф. п. в двумерном кристалле, атомы к-рого образуют треугольную решётку (см. *Вигнеровский кристалл*), имеет характер своеобразного «плавления», при к-ром в низкотемпературной фазе существует позиционная жёсткость, исчезающая при нек-рой темп-ре T_1; выше этой темп-ры продолжает существовать ориентационная жёсткость, к-рая также разрушается при темп-ре $T_2 > T_1$.

Эксперим. изучение Т. ф. п. затруднено сложностью приготовления истинно низкоразмерных физ. систем; как правило, различные, достаточно малые взаимодействия придают системе квазидвумерный характер и маскируют Т. ф. п. Влияние подобных факторов на Т. ф. п. и др. физ. свойства XY-подобных систем изучены в работах [4], [5].

Лит.: 1) Mermin N., Wagner H., Absence of ferromagnetism or antiferromagnetism in one- or two-dimensional isotropic Heisenberg models, «Phys. Rev. Lett.», 1966, v. 17, p. 1133; 2) Березинский В. Л., Разрушение дальнего порядка в одномерных и двумерных системах с непрерывной группой симметрии, «ЖЭТФ», 1970, т. 59, с. 907; 1971, т. 61, с. 1144; 3) Kosterlitz J. M., Thouless D. J., Ordering metastability and phase transitions in 2 dimensional systems, «J. Phys. C.», 1973, v. 6, p. 1181. 4) Покровский В. Л., Уймин Г. В., Магнитные свойства плоских и слоистых систем, «ЖЭТФ», 1973, т. 65, с. 1691; 5) Jose J. V. [a. o.], Renormalization, vortices and symmetry-breaking perturbations in the 2-dimensional planar model, «Phys. Rev.», 1976, v. B16, p. 1217.

Г. В. Уймин.

ТОПОЛО́ГИЯ — в широком смысле область математики, изучающая топологич. свойства разл. матем. и физ. объектов. Интуитивно, к топологич. относятся качественные, устойчивые свойства, не меняющиеся при деформациях.

Матем. формализация идеи о топологич. свойствах обычно основывается на понятии непрерывности. Наиб. универсальным является определение непрерывности, базирующееся на введении Т. (в узком смысле слова), или структуры топологического пространства (коротко — «пространства») в данное *множество*. Т. на произвольном множестве точек X задана, если указано, какие подмножества в X считаются открытыми (т. е. состоящими только из своих внутр. точек — точек, имеющих окрестности, целиком содержащиеся в данном подмножестве). При этом, по определению, объединение любого числа открытых подмножеств и пересечения конечного их числа должны быть открытым подмножеством, всё множество X и пустое подмножество также считаются открытыми. Дополнение к открытому подмножеству в X наз. замкнутым подмножеством. Обычно для задания Т. в X указывают её базу: совокупность таких открытых подмножеств, из к-рых любое открытое может быть получено операциями объединения и конечного пересечения. Напр., стандартная Т. числовой прямой $\mathbb{R}$ задаётся базой из интервалов $a<t<b$. Любая часть (подмножество) M топологич. пространства X также наделяется Т.: открытыми в M являются пересечения с M множеств, открытых в X. Напр., в единичном отрезке числовой прямой, $0 \leqslant t \leqslant 1$, открытыми будут интервалы $a<t<b$, полуинтервалы $0 \leqslant t < b$, $a < t \leqslant 1$ и их любые объединения.

Наиб. важными для приложений классами топологич. пространств являются достаточно общие геом. фигуры — многообразия и комплексы, определения к-рых будут даны ниже, а также функциональные пространства, где точка — это ф-ция (или отображение).

Для топологич. пространств определён ряд след. простейших топологич. понятий, фактически возникающих в элементарной теории ф-ций.

1. Отображение $f\colon X \to Y$, $y = f(x)$ топологич. пространств наз. непрерывным, если полный прообраз любого открытого подмножества в Y открыт в X. В частности, непрерывные отображения пространства X в числовую прямую наз. непрерывными ф-циями на X.

2. Два пространства X, Y наз. топологически эквивалентными, если определены два непрерывных взаимно обратных отображения (гомеоморфизма) $f\colon X \to Y$ и $g\colon Y \to X$, $g(f(x)) \equiv x$, $f(g(y)) \equiv y$. По определению, все топологич. свойства топологически эквивалентных пространств должны совпадать. Числовые (или более сложные, алгебраические) характеристики топологич. свойств, называемые топологическими инвариантами, также должны быть одинаковыми для топологически эквивалентных пространств. Важным (напр., в качественной теории *динамических систем*) примером такого топологич. инварианта, определённого для широкого класса пространств, является размерность (разл. варианты её определения см. [5]).

3. Непрерывное отображение $\gamma\colon I \to X$ единичного отрезка I в пространство X наз. путём, соединяющим его концы — точки $\gamma(0)$ и $\gamma(1)$. Пространство X наз. (линейно) связным, если любые две его точки можно соединить путём. Если пространство X не является связным, то оно распадается на куски — компоненты связности, каждая из к-рых связна.

4. Прямое произведение $X \times Y$ пространств X, Y определяется как множество пар (x, y) точек из X, Y, причём прямые произведения открытых подмножеств в X, Y образуют базу в $X \times Y$. Напр., прямое произведение $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ числовых прямых — это плоскость; непрерывные ф-ции на $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ — это непрерывные ф-ции двух переменных.

5. Деформация, или гомотопия, отображения $f_0\colon X \to Y$ — это непрерывное отображение $F\colon X \times I \to Y$, $y = F(x, t)$, прямого произведения пространства X на единичный отрезок $0 \leqslant t \leqslant 1$ такое, что $F(x, 0) \equiv f_0(x)$. Отображение $f_1\colon X \to Y$, заданное ф-лой $y = f_1(x) = F(x, 1)$, будет результатом деформации отображения f_0. Отображения f_0 и f_1 наз. гомотопными. Все отображения из X в Y (поля́ на X со значениями в Y) распадаются на классы гомотопных отображений. Числовые характеристики таких классов наз. гомотопическими инвариантами отображений или топологическими зарядами.

6. Два пространства X, Y наз. гомотопически эквивалентными, если определены непрерывные отображения: $f\colon X \to Y$ и $g\colon Y \to X$, такие, что отображение $g(f(x))$ гомотопно тождественному отображению $X \to X$, а отображение $f(g(y))$ — тождественному отображению $Y \to Y$. Напр., *евклидово пространство* (или выпуклая область в нём) стягиваемо, т. е. гомотопически эквивалентно точке. Многие важные топологич. инварианты (гомологии, гомотопич. группы, см. ниже) одинаковы для гомотопически эквивалентных пространств, т. е. являются гомотопическими инвариантами.

7. Выделен важный подкласс хаусдорфовых пространств, в к-рых любые две точки можно окружить непересекающимися открытыми подмножествами (нехаусдорфовы пространства, как правило, не возникают в приложениях). В частности, хаусдорфовыми являются метрические пространства, в к-рых Т. определяется *метрикой*: неотрицательной ф-цией $\rho(x, y)$, задающей расстояние между любыми двумя точками x, y пространства [требуется, чтобы $\rho(x, y) = 0$ только при $y = x$; $\rho(y, x) = \rho(x, y)$; $\rho(x, z) \leqslant \rho(x, y) + \rho(y, z)$ — неравенство треугольника]. Т. в метрич. пространстве определяется базой из открытых шаров $\rho(x_0, x) < \varepsilon$. Класс компактных пространств X определяется след. условием: из любого покрытия пространства X бесконечным числом открытых подмножеств можно выделить конечное число подмножеств, также покрывающих X. Непрерывные ф-ции на компактном связном пространстве обладают многими свойствами ф-ций, непрерывных на отрезке (ограниченность и др.). В евклидовом пространстве компактными будут замкнутые ограниченные подмножества.