$$Q=\begin{pmatrix}0 & B\\ 0 & 0\end{pmatrix},\; Q^{+}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ B^{+} & 0\end{pmatrix}. \qquad (20)$$

Здесь B — оператор, действующий на «бозонные» переменные, B^{+} — сопряжённый оператор. Генератор H отождествляется с гамильтонианом системы, определяемым с помощью соотношения (18):

$$H=\frac{1}{2}[B, B^{+}]_{+}+\frac{1}{2}[B, B^{+}]_{-}\sigma_3, \qquad (21)$$

где σ_3 — матрица Паули, действующая на вектор (19).

Конкретная суперсимметричная квантовомеханич. задача сводится к определению вида оператора B. Для одномерной системы оператор $\boldsymbol{B}$ удобно принять в форме

$$B=\frac{1}{\sqrt{2}}(ip+W(x)), \qquad (22)$$

где $W(x)$ — произвольная ф-ция координаты x, а $p=-i\partial/\partial x$ — оператор импульса. Гамильтониан принимает обычный вид:

$$H=\frac{1}{2}(p^2+W^2(x)+W'(x)\sigma_3). \qquad (23)$$

Этот гамильтониан соответствует суперсимметричной квантовой механике Виттена (E. Witten, 1981); его спектр обладает характерными особенностями. Все уровни с энергией $\mathscr{E}>0$ двукратно вырождены. Осн. состояние не вырождено только в том случае, если его энергия равна нулю. Опираясь на эти два свойства, в отд. случаях удаётся полностью определить дискретный спектр гамильтониана (23).

Для нек-рых конкретных задач С. рассмотренного типа является реальной физ. симметрией. Наиб. важный случай — электрон в магн. поле. В этой задаче С. возникает для след. типов магн. полей: «двумерное поле», т. е. поле, направленное по оси z и произвольным образом зависящее от координат x и y: $B_x=B_y=0$, $B_z=B_z(x, y)$; трёхмерное поле с определ. *чётностью*: $\boldsymbol{B}(-x)=\pm\boldsymbol{B}(x)$. В этих двух случаях можно определить генераторы Q с нужными свойствами, причём в каждом случае построение проводится по-разному. Так, в первом случае компоненты вектора (19) характеризуются значениями проекции спина на ось z, а во втором случае — чётностью волновой ф-ции. Из этого примера виден условный характер введения бозонных и фермионных степеней свободы.

Интересный пример С. обнаруживается в задаче о движении системы под действием случайной силы. Эта задача из теории случайных процессов оказывается формально аналогичной суперсимметричной квантовой механике.

Для более подробного ознакомления с разл. аспектами С. см. [5—10].

Лит.: 1) Гольфанд Ю. А., Лихтман Е. П., Расширение алгебры генераторов группы Пуанкаре и нарушение Р-инвариантности, «Письма в ЖЭТФ», 1971, т. 13, в. 8, с. 452; 2) Волков Д. В., Акулов В. П., О возможном универсальном взаимодействии нейтрино, «Письма в ЖЭТФ», 1972, т. 16, в. 11, с. 621; 3) Wess J., Zumino B., A Lagrangian model invariant under supergauge transformations, «Phys. Lett.», 1974, v. 49B, p. 52; 4) Березин Ф. А., Введение в алгебру и анализ с антикоммутирующими переменными, М., 1983; 5) Огиевецкий В. И., Мезинческу Л., Симметрии между бозонами и фермионами и суперполя, «УФН», 1975, т. 117, в. 4, с. 637; 6) Генденштейн Л. Э., Криве И. В., Суперсимметрия в квантовой механике, «УФН», 1985, т. 146, в. 4, с. 553; Высоцкий М. И., Суперсимметричные модели элементарных частиц — физика для ускорителей нового поколения?, там же, с. 591; Арефьева И. Я., Волович И. В., Суперсимметрия: теория Калуцы — Клейна, аномалии, суперструны, там же, с. 655; Вайнштейн А. И., Захаров В. И., Шифман М. А., Инстантоны против суперсимметрии, там же, с. 683; 7) Весс Ю., Беггер Дж., Суперсимметрия и супергравитация, пер. с англ., М., 1986; 8) Ахиезер А. И., Пелетминский С. В., Поля и фундаментальные взаимодействия, К., 1986; 9) Уэст П., Введение в суперсимметрию и супергравитацию, пер. с англ., М., 1989; 10) Суперсимметрия, калибровочные поля и квантование, сб. статей, под ред. В. Я. Файнберга, М., 1993.

Ю. А. Гольфанд.

СУПЕРСТРУ́НЫ — релятивистские суперсимметричные протяжённые объекты. С. являются обобщением понятия бозонной релятивистской струны (см. *Струна релятивистская*) с включением фермионных степеней свободы. В зависимости от вида граничных условий для фермионов различают струны Рамона (P. Ramond, 1971) и Невё — Шварца (A. Neveu, J. Schwarz, 1971). При этом *суперсимметрия* может быть реализована двояким образом: как двумерная суперсимметрия на мировой поверхности, заметаемой струной при своём движении в пространстве-времени, либо как пространственно-временная суперсимметрия. Последний случай отвечает струне Грина — Шварца (M. Green, J. Schwarz, 1982).

При квантовании С. представляет собой бесконечную последовательность нормальных мод — последовательность массивных состояний в квантовой теории поля. Расщепление масс Δm^2 пропорционально натяжению струны T. В теории С. $T\sim(10^{19}$ ГэВ$)^2$ [в системе единиц $\hbar=c=1$]. Спектр масс начинается с нуля и, в отличие от теории бозонной струны, не содержит *тахиона* (т. е. состояния с мнимой массой). Последовательное квантование в плоском пространстве-времени оказывается возможным только в критич. размерности. Для бозонной струны $D_{\text{кр}}=26$, для фермионной — $D_{\text{кр}}=10$.

Струны бывают открытыми и замкнутыми. Открытые струны в качестве низших безмассовых состояний содержат частицы спина 1 — кванты *Янга — Миллса поля*, замкнутые — частицы спина 2 — *гравитоны*, а в случае С. содержат и их суперпартнёры спина $^3/_2$ — *гравитино*. На этом пути в теории С. возникает локальная квантовая теория поля, объединяющая гравитацию и поля Янга — Миллса — переносчики всех взаимодействий [Дж. Шерк (J. Scherk) и Дж. Шварц, 1974].

На расстояниях, много больших *планковской длины* ($\sim 10^{-33}$ см), или при энергиях, много меньших *планковской массы* ($\sim 10^{19}$ ГэВ), массивные состояния отщепляются и возникает эфф. локальная теория поля (*супергравитация* и суперсимметричная янг-миллсовская теория с фиксированными параметрами и составом частиц). При этом наблюдаемые частицы (кварки, лептоны, калибровочные векторные бозоны и т. д.) должны быть среди безмассовых возбуждений ($m\ll 10^{19}$ ГэВ).

Различают след. теории С.

Тип I, к к-рому относятся разомкнутые неориентированные струны с $N=1$ суперсимметрией. При матем. описании с концами струны ассоциируются матрицы фундам. представления калибровочной группы, причём согласованная квантовая теория неориентированных струн допускает только классич. группы $SO(n)$ и $Sp(n)$. Как оказывается, требование сокращения *аномалий* и расходимостей оставляет только группу $SO(32)$. Взаимодействуя, открытые струны образуют замкнутые конфигурации — синглеты калибровочной группы. В пределе малых энергий С. типа I приводят к ($D=10$) суперсимметричной теории Янга — Миллса и $N=1$ супергравитации.

Тип II, к к-рому относятся замкнутые ориентированные струны с $N=2$ суперсимметрией. Здесь нет группы *внутренних симметрий*. В пределе низких энергий получается ($D=10$) $N=2$ теория супергравитации.

Гетерозисная (гетеротическая) струна (биол. термин «гетерозис» означает явление усиления положит. свойств гибрида по сравнению с исходными образцами) — замкнутая ориентированная струна, к-рая является гибридом 26-мерной бозонной струны и 10-мерной фермионной струны типа II. Это связано с тем, что в замкнутой струне левые и правые моды существуют независимо. В гетерозисной струне они входят несимметричным образом: правые моды соответствуют 10-мерной фермионной струне, а левые — 26-мерной бозонной струне, причём лишние 16 измерений компактифицированы на 16-мерный тор. При этом возникает калибровочная группа, решётка корней к-рой идентифицируется с решёткой дискретных импульсов, сопряжённых с внутр. измерениями. Возникающая группа имеет ранг 16 и размерность 496. Такими группами