щего свойство сверхтекучести, также может быть выражена с помощью КСГ (4) для частного случая ферромагнетика типа «лёгкая плоскость» [Х. Мацубара, Х. Мацуда (H. Matsubara, H. Matsuda), 1956] для $S = 1/2$. Роль внеш. поля играют хим. потенциал и анизотропия, а обменного интеграла — энергия парного притяжения бозонов. Свойство «фермиевости» паули-операторов в одном узле решётки отражает наличие в нём сильного отталкивания (типа потенциала «твёрдых сфер»).

6) Конфигурац. энергия парных взаимодействий атомов — ближайших соседей в бинарном твёрдом растворе или сплаве может быть записана в виде продольной (изинговской) части КСГ (4) с $S = 1/2$ (Э. Изинг, 1925). Оператор квазиспина S^z описывает два состояния, соответствующих заполнению данного узла атомом одного или другого типа; роль обменного интеграла играет энергия упорядочения. На основе этой модели можно описать фазовый переход типа порядок — беспорядок ($J > 0$) с образованием сверхрешётки или распадение на две фазы разл. состава.

С помощью того же изинговского КСГ с $S = 1/2$, но с учётом полной потенциальной энергии парных взаимодействий атомов одного типа (дальнодействующее притяжение и короткодействующее отталкивание) [Т. Ли, Ч. Янг (T. Lee, C. Yang), 1952] можно описать фазовый переход типа конденсации для классич. неидеального решёточного газа, при этом оператор $n = 1/2 - S^z$, как правило, описывает два возможных состояния в узле: занятое ($n = 1$) и свободное ($n = 0$).

7) С помощью КСГ формулируются также задачи о взаимодействии *экситонов* в молекулярных кристаллах (А. М. Агранович, Б. Тошич, B. Tošich, 1976), магн. упорядочении в f-металлах с синглетным осн. состоянием во внутрикристаллич. поле [И. Уонг, Б. Купер (Y. Wang, B. Cooper), 1968], квадрупольном упорядочении в твёрдом ортоводороде [Дж. Рейч, Р. Эттерс (J. Raich, R. Etters), 1967], фазовом переходе в сверхизлучательный (лазерный) режим для взаимодействия эл.-магн. излучения с термостатом из двухуровневых атомов [Р. Дикке (R. Dicke), 1954].

Лит.: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Квантовая механика, 4 изд., М., 1989, гл. 9—11, 16; Дирак П. А. М., Принципы квантовой механики, пер. с англ., 2 изд., М., 1979, гл. 9; Хилл Т., Статистическая механика, пер. с англ., М., 1960; Альтшулер С. А., Козырев Б. М., Электронный парамагнитный резонанс соединений элементов промежуточных групп, 2 изд., М., 1972; Таулес Д., Квантовая механика систем многих частиц, пер. с англ., М., 1963; Тябликов С. В., Методы квантовой теории магнетизма, 2 изд., М., 1975; Агранович В. М., Теория экситонов, М., 1968; Вонсовский С. В., Магнетизм, М., 1971; Уайт Р., Квантовая теория магнетизма, пер. с англ., 2 изд., М., 1985; Вакс В. Г., Введение в микроскопическую теорию сегнетоэлектриков, М., 1973; Исихара А., Статистическая физика, пер. с англ., М., 1973, гл. 8; Барьяхтар В. Г., Криворучко В. Н., Яблонский Д. А., Функции Грина в теории магнетизма, К., 1984; Изюмов Ю. А., Скрябин Ю. Н., Статистическая механика магнитоупорядоченных систем, М., 1987; Нагаев Э. Л., Магнетики со сложными обменными взаимодействиями, М., 1988.

Ю. Г. Рудой.

СПИНО́Р (от англ. spin — вращаться) — элемент пространства спинорного *представления группы* вращений. *Вращений группа* $SO(n)$ при $n \geqslant 3$ двусвязна. Её односвязная накрывающая называется спинорной группой $\mathrm{Spin}(n)$. Каждое линейное представление $SO(n)$ порождает представление $\mathrm{Spin}(n)$; однако часть линейных представлений $\mathrm{Spin}(n)$ порождается двузначными (проективными с мультипликатором ± 1) представлениями $SO(n)$ — её спинорными представлениями. Простейшее спинорное представление имеет размерность $2^{[n/2]}$ (где $[\ldots]$ — символ целой части числа) и реализуется в *Клиффорда алгебре* K_n степени $2^{[n/2]}$. Оно неприводимо для нечётных n и разлагается в сумму двух неэквивалентных представлений одинаковой размерности для чётных n.

Существуют два типа С.: С., связанные с группой $SO(n)$ — группой вращений n-мерного евклидова пространства, и С., связанные с группой $SO(p, q)$ ($p + q = n$) — группой «вращений» псевдоевклидова пространства $M^n_{p,q}$, сохраняющих квадратичную форму:

$$x_1^2 + \ldots + x_p^2 - x_{p+1}^2 - \ldots - x_n^2 .$$

В физике наиб. употребительны С. в пространстве R^3 [С. группы $SO(3)$] (нерелятивистская квантовая механика) и в пространстве Минковского $M^4_{1,3}$ (С. собственной *Лоренца группы* в релятивистской теории).

Спинор в R^3. Простейшее спинорное представление (спинорное представление ранга 1) двумерно [т. к. $\mathrm{Spin}(1) \sim SU(2)$]. С. ранга 1 характеризуется парой (комплексных) чисел ξ^1, ξ^2. При повороте на угол φ вокруг оси с направляющим единичным вектором $\boldsymbol{n} = (n_1, n_2, n_3)$ С. ранга 1 преобразуется по ф-ле

$$\xi = \begin{pmatrix} \xi^1 \\ \xi^2 \end{pmatrix} \to \xi' = g(\boldsymbol{n}, \varphi)\xi \in SU(2) \qquad (1)$$

с помощью матрицы

$$g(\boldsymbol{n}, \varphi) = \cos(\varphi/2) + i\boldsymbol{n}\sigma\sin(\varphi/2), \qquad (2)$$

где $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$, $\sigma_j (j = 1, 2, 3)$ — *Паули матрицы*. При повороте на угол 2π С. ξ переходит в $-\xi$, что свидетельствует о неопределённости знака С., т. е. о двузначности представления. Выражение (2) задаёт представление $SO(3)$, как следует из коммутац. соотношений для матриц Паули. В этом представлении матрица $(i/2)\sigma_j$ является генератором поворота вокруг оси j.

Преобразование (1) сохраняет билинейную форму $(\xi, \eta) = \xi^1\eta^2 - \xi^2\eta^1$, определённую на двумерных векторах (контравариантных) ξ и η. Это позволяет ввести в линейном пространстве таких векторов кососимметрическую «метрику»

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha, \beta = 0, 1,$$

и ковариантные С. $\xi_\alpha = \varepsilon_{\alpha\beta}\xi^\beta$, преобразующиеся с помощью эрмитово сопряжённой матрицы $g^+(n, \varphi)$. Тогда билинейная форма естественно интерпретируется как скалярное произведение:

$$(\xi, \eta) = \xi^\alpha \varepsilon_{\alpha\beta}\eta^\beta = \xi^1\eta_1 + \xi^2\eta_2$$

(по повторяющимся индексам подразумевается суммирование).

В качестве базиса в пространстве С. ранга 1 можно выбрать собств. векторы

$$\xi^+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ и } \xi^- = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

матриц $(1/4)\,\sigma^2$ и $(1/2)\sigma_3$, допускающих естеств. интерпретацию квадрата вектора спина и его z-проекции; собств. значениями будут $3/4 = 1/2(1 + 1/2)$ и $\pm 1/2$ соответственно. Поэтому С. ранга 1 описывают частицы со спином $1/2$.

С. старших рангов строятся по аналогии с теорией *тензоров*. Контравариантным спинором ранга r наз. набор 2^r (комплексных) чисел $\alpha_1, \ldots, \alpha_r$, преобразующихся по закону:

$$\xi^{\alpha_1, \ldots, \alpha_r} \to \xi'^{\alpha_1, \ldots, \alpha_r} = g^{\alpha_1}_{\beta_1} \ldots g^{\alpha_r}_{\beta_r} \xi^{\beta_1, \ldots, \beta_r},$$

где g^α_β — элементы матрицы $g(\boldsymbol{n}, \varphi)$. В алгебре С. можно ввести операции, аналогичные операциям в тензорной алгебре: поднятие и опускание индексов, свёртка и т. д. С. $\xi^{\alpha_1, \ldots, \alpha_r}$ ранга r наз. симметрическим, если его компоненты не меняются при любой перестановке индексов. В пространстве симметрических С. реализуются все неприводимые представления группы вращений веса l, $2l = r$.