При нек-рых условиях необходимо учитывать квантовый характер волнового поля, в частности в теории теплового излучения (на частотах, для к-рых энергия фотона $\hbar\omega$ превышает тепловую энергию классич. осциллятора kT), в теории лазеров при расчёте естеств. ширины линии излучения, в теории фотоприёмников (при относительно небольшом потоке фотонов), при изучении явлений группировки фотонов (см. *Квантовая оптика*), при анализе *сжатых состояний*.

Лит.: Филлипс О. М., Динамика верхнего слоя океана, пер. с англ., 2 изд., Л., 1980; Шифрин Я. С., Вопросы статистической теории антенн, М., 1970; Клаудер Дж., Сударшан Э., Основы квантовой оптики, пер. с англ., М., 1970; Басс Ф. Г., Фукс И. М., Рассеяние волн на статистически неровной поверхности, М., 1972; Перина Я., Когерентность света, пер. с англ., М., 1974; Лазерное излучение в турбулентной атмосфере, М., 1976; Введение в статистическую радиофизику, ч. 2 — Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И., Случайные поля, М., 1978; Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С., Введение в статистическую радиофизику и оптику, М., 1981; Гочелашвили К. С., Шишов В. И., Волны в случайно-неоднородных средах, М., 1981; Исимару Акира, Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах, пер. с англ., ч. 1—2, М., 1981; Распространение звука во флуктуирующем океане, пер. с англ., М., 1982; Заславский Г. М., Стохастичность динамических систем, М., 1984.

Л. А. Апресян, Ю. А. Кравцов, А. Б. Шмелёв.

СЛУЧА́ЙНЫЙ ПРОЦЕ́СС — ф-ция непрерывного времени $\xi(t)$, значение к-рой в каждый момент является *случайной величиной*, т. е. величиной, подчиняющейся вероятностным законам. Если аргумент t изменяется дискретно, то $\xi(t)$ наз. случайной последовательностью. Случайную ф-цию неск. непрерывных аргументов $\xi(t,u,v,\ldots)$ называют переменным *случайным полем*. Примерами С. п. могут служить разл. физ. процессы, сопровождающиеся случайными флуктуациями, а также мн. процессы в геофизике, радиофизике, биофизике и др.

С. п. задан, если для любых моментов времени $t_1,\ldots,t_n$ известны многомерные (многоточечные) плотности вероятности $w_n(\xi_1,t_1,\ldots,\xi_n,t_n)$ для совокупности случайных величин $\xi(t_1),\ldots,\xi(t_n)$ либо соответствующие многомерные *характеристические функции*

$$\Phi_n(t_1,v_1,\ldots,t_n,v_n)=\left\langle\exp\left(i\sum_{l=1}^{n}\xi_l v_l\right)\right\rangle=$$

$$=\int\ldots\int w_n(\xi_1,t_1,\ldots,\xi_n,t_n)\exp\left(i\sum_{l=1}^{n}\xi_l v_l\right)d\xi_1\ldots d\xi_n.$$

Для детерминиров. процессов $\xi=f(t)$ плотность вероятности выражается через δ-функцию, напр. $w_1(\xi,t)=\delta(\xi-f(t))$.

Исчерпывающей статистич. характеристикой С. п. является его *характеристический функционал*

$$\Phi[v]=\left\langle\exp\left[i\int_{T_1}^{T_2}\xi(t)v(t)dt\right]\right\rangle,$$

где $\langle\ldots\rangle$ означает статистич. усреднение по всевозможным реализациям С. п. $\xi(t)$ на интервале (T_1,T_2). Зная $\Phi[v]$, можно получить многомерные характеристич. ф-ции для $\xi(t_1),\ldots,\xi(t_n)$, взяв в качестве аргумента функционала ф-цию $v(t)=\sum_{l=1}^{n}v_l\delta(t-t_l)$. Коэф. разложения $\Phi[v]$ в окрестности $v=0$ определяют моментные функции M_n С. п.:

$$\Phi[v]=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\int\ldots\int\frac{\delta^n\Phi[v]}{\delta v(t_1)\ldots\delta v(t_n)}\bigg|_{v=0}v(t_1)\ldots v(t_n)dt_1\ldots dt_n=$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}(i^n/n!)\int\ldots\int M_n(t_1,\ldots,t_n)v(t_1)\ldots v(t_n)dt_1\ldots dt_n,$$

а коэф. разложения $\ln\Phi[v]$ — кумулянтные функции K_n:

$$\ln\Phi[v]=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\int\ldots\int\frac{\delta^n\ln\Phi[v]}{\delta v(t_1)\ldots\delta v(t_n)}\bigg|_{v=0}v(t_1)\ldots$$

$$\ldots v(t_n)dt_1\ldots dt_n=\sum_{n=0}^{\infty}(i^n/n!)\int\ldots\int K_n(t_1,\ldots,t_n)\times$$

$$\times v(t_1)\ldots v(t_n)dt_1\ldots dt_n.$$

Кумулянтные ф-ции 1-го и 2-го порядка характеризуют ср. значение $M_1(t)=K_1(t)=\langle\xi(t)\rangle$ и *корреляционную функцию*

$$K_2(t_1,t_2)=\langle\xi(t_1)\xi(t_2)\rangle-\langle\xi(t_1)\rangle\langle\xi(t_2)\rangle=M_2(t_1,t_2)-$$

$$-M_1(t_1)M_1(t_2).$$

Ф-ции $M_n(t_1,\ldots,t_n)$ и $K_n(t_1,\ldots,t_n)$ при $t_1=t_2=\ldots=t_n$ определяют одноточечные *моменты* и *кумулянты* С. п. $\xi(t)$, в частности ср. интенсивность $M_2(t)=\langle\xi^2(t)\rangle$, *дисперсию* $K_2(t)=\langle\xi^2(t)\rangle-\langle\xi(t)\rangle^2$, коэф. асимметрии $\varkappa_a=K_3K_2^{-3/2}$ и эксцесса $\varkappa=K_4K_2^{-2}$.

При ограниченных сведениях о С. п. либо при невозможности его полного описания часто пользуются *корреляционной теорией*, рассматривающей только одноточечные и двухточечные статистич. характеристики 1-го и 2-го порядка.

Вместо характеристич. функционала иногда используют функционал плотности вероятности С. п. $w[\xi]$, к-рый является континуальным аналогом многоточечной плотности вероятности и характеризует плотность вероятности отд. реализаций С. п. $\xi(t)$. Нормировочный множитель функционала $w[\xi]$ обычно обращается в 0 или в ∞, но это не препятствует использованию $w[\xi]$ при нахождении моментов и кумулянтов С. п., наиб. вероятных реализаций С. п. и т. п.

Перечисленные статистич. характеристики обобщают на комплексные и векторные (многомерные, многокомпонентные) С. п. $\xi(t)=\{\xi_1(t),\ldots,\xi_m(t)\}$. Наряду с моментами и кумулянтами, характеризующими статистич. свойства отд. компонент С. п., пользуются также смешанными моментами и кумулянтами, описывающими взаимные статистич. связи между компонентами С. п.

Нек-рые классы С. п. представляют спец. интерес для физики.

Стационарные процессы. С. п. наз. стационарным в узком смысле, если все его многоточечные вероятностные характеристики не меняются при изменении начала отсчёта времени, т. е. зависят только от разностей t_i-t_j. Если этим свойством обладают только ср. значение и корреляц. ф-ция, т. е. $\langle\xi(t)\rangle=\mathrm{const}$ и $K_2(t_1,t_2)=K_2(t_2-t_1)$, причём $K_2(0)<\infty$, то С. п. является стационарным в широком смысле. Для стационарных в широком смысле процессов имеет место *Винера — Хинчина теорема*: корреляц. ф-ция и спектральная плотность (спектр мощности) С. п. связаны друг с другом преобразованием Фурье.

Время корреляции τ_c, в течение к-рого корреляц. ф-ция спадает в e раз, и ширина спектра $\Delta\omega$ связаны соотношением неопределённости $\tau_c\Delta\omega\sim2\pi$. При $\tau_c\to0$ величина $\Delta\omega\to\infty$ и С. п. представляет собой *белый шум*.

Квазистационарные процессы. Если зависимость многоточечных статистич. характеристик С. п. от положения на оси времени является медленной по сравнению с зависимостью от разностей t_i-t_j, то такой С. п. относят к классу квазистационарных. Для него можно ввести понятие мгновенной спектральной плотности.

Периодически - нестационарные процессы. У таких С. п. статистич. характеристики периодически зависят от времени, напр. $\eta(t)=F(t)\xi(t)$, где $F(t)$ — периодич. детерминированная ф-ция, а $\xi(t)$ — стационарный С. п.