Через пространственно-временну́ю спектральную плотность $G(\omega, \mathbf{k})$ выражаются пространственный $\Phi(\mathbf{k})$ и временно́й (частотный) $g(\omega)$ спектры С. п.:

$$\Phi(\mathbf{k})=\int_{-\infty}^{\infty} G(\omega,\mathbf{k})d\omega=\int_{-\infty}^{\infty}\psi(0,r)\exp(-i\mathbf{k}r)dr,$$

$$g(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} G(\omega,\mathbf{k})d\mathbf{k}=\int_{-\infty}^{\infty}\psi(t,0)\exp(i\omega t)dt.$$

Для многомерных однородных и однородно связанных С. п. аналогичная связь имеется между элементами корреляц. матрицы $\psi_{ij}(t,r)$ и соответствующими элементами матрицы спектральной плотности $G_{ij}(\omega,\mathbf{k})$. Ввиду положит. определённости матрицы ψ_{ij} диагональные элементы матрицы G_{ij} вещественны и неотрицательны, а недиагональные элементы могут быть комплексными.

Пространственным аналогом случайного процесса со стационарными приращениями является л о к а л ь н о о д н о р о д н о е С. п., для к-рого разность ср. значений $\langle\xi(r_1)\rangle-\langle\xi(r_2)\rangle$ и структурная ф-ция

$$D_\xi(r_1,r_2)=\langle[\xi(r_1)-\xi(r_2)]^2\rangle$$

зависят только от разности $r=r_1-r_2$. Если эти величины зависят только от модуля r, говорят о локально изотропном С. п. Локально однородные и локально изотропные С. п. используют, напр., при описании флуктуаций параметров турбулентных сред.

В рамках корреляц. теории локально однородные С. п. можно также описывать при помощи спектральной плотности $\Phi(\mathbf{k})$. Из-за расходимости интеграла $\int_{-\infty}^{\infty}\Phi(\mathbf{k})\exp(i\mathbf{k}r)d\mathbf{k}$ при $k\to 0$ корреляц. ф-ции для таких С. п. не существуют, а структурная ф-ция существует, т. к. интеграл $D(r)=2\int_{-\infty}^{\infty}\Phi(\mathbf{k})[1-\cos\mathbf{k}r]d\mathbf{k}$ сходится при менее жёстких требованиях. Это следствие «нечувствительности» структурной ф-ции к флуктуациям, пространственные масштабы к-рых превышают рассматриваемое расстояние $r=|r_1-r_2|$.

Аналогом квазистационарных процессов являются к в а з и о д н о р о д н ы е С. п., у к-рых многоточечные статистич. характеристики слабо зависят от координат центра тяжести рассматриваемых точек $r_1,r_2,\dots,r_n$ по сравнению с зависимостью от взаимного расположения этих точек, т. е. от разностей r_j-r_k. Для таких С. п. вводят понятие локальной спектральной плотности, равной преобразованию Фурье пространственной корреляц. ф-ции по разностным переменным $r=r_1-r_2$.

Марковские случайные поля. В физ. задачах часто рассматривают С. п., заданные при помощи *стохастических уравнений*, т. е. динамич. ур-ний, содержащих случайные сторонние воздействия. Вид динамич. ур-ний определяется физ. закономерностями, а в качестве сторонних воздействий, описывающих источники случайных возмущений, часто используют С. п., дельта-коррелированные по тем или иным переменным. Исследуемое С. п. при этом является м а р к о в с к и м по указанным переменным, что упрощает вычисление его статистич. характеристик.

Важным примером таких С. п. являются поля равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике, описываемые *Максвелла уравнениями* с дельта-коррелированными сторонними токами $j_e(r)$ и $j_m(r)$:

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{H}=ik\hat{\varepsilon}\boldsymbol{E}+4\pi c^{-1}j_e,\quad \mathrm{rot}\,\boldsymbol{E}=-ik\hat{\mu}\boldsymbol{H}-4\pi c^{-1}j_m,$$

где $k=\omega/c$ — волновое число, $\hat{\varepsilon}$ и $\hat{\mu}$ — комплексные тензоры диэлектрич. и магн. проницаемостей среды с компонентами $\varepsilon_{\alpha\beta}=\varepsilon'_{\alpha\beta}-i\,4\pi\omega^{-1}\sigma_{\alpha\beta}$, $\mu_{\alpha\beta}=\mu'_{\alpha\beta}-i\,4\pi\omega^{-1}\tau_{\alpha\beta}$. Элементы корреляц. матрицы векторных полей j_e и j_m зависят от электрич. и магн. проводимостей среды $\sigma_{\alpha\beta}$ и $\tau_{\alpha\beta}$ и в соответствии с *флуктуационно-диссипативной теоремой* описываются выражениями:

$$\left\langle j_{e\alpha}(r_1)j^*_{e\beta}(r_2)\right\rangle=\theta(\omega,T)\pi^{-1}\sigma_{\alpha\beta}\delta(r_1-r_2),$$

$$\left\langle j_{m\alpha}(r_1)j^*_{m\beta}(r_2)\right\rangle=\theta(\omega,T)\pi^{-1}\tau_{\alpha\beta}\delta(r_1-r_2),$$

$$\left\langle j_{e\alpha}(r_1)j^*_{m\beta}(r_2)\right\rangle=0,$$

где $\theta(\omega,T)=(\hbar\omega/2)\mathrm{cth}(\hbar\omega/2kT)$ — ср. энергия квантового осциллятора с собств. частотой ω при абс. темп-ре T, к-рая в классич. области $\hbar\omega\ll kT$ переходит в $\theta(\omega,T)=kT$.

К С. п. такого типа приводит также т. н. *марковского процесса приближение* в теории распространения волн в случайно-неоднородных средах. В этом приближении волновое поле описывается параболич. ур-нием, в к-ром флуктуац. часть диэлектрич. проницаемости среды полагают дельта-коррелированной в направлении распространения падающей волны (см. *Параболического уравнения приближение*).

Понятие марковского С. п. тесно связано с причинностью, под к-рой понимают функциональную зависимость С. п. в данной пространственно-временно́й точке от предшествующих значений поля по временно́й или пространственной координате. В общем случае не всегда удаётся выделить в пространстве координату или совокупность координат, по к-рым исследуемое С. п. можно было бы считать марковским. Эта трудность не возникает, если речь идёт о марковских С. п. по времени. Такие С. п. используют в неравновесной термодинамике, в статистич. гидромеханике, а также в теории оптимальной пространственно-временно́й обработки случайных сигналов на фоне шумов и помех. Примером С. п. такого типа является поле $\xi(t,r)$, удовлетворяющее стохастич. ур-нию

$$d\xi(t,r)/dt+f(t,r,\xi)=\chi(t,r)$$

с аддитивным сторонним воздействием $\chi(t,r)$, обладающим корреляц. ф-цией

$$\langle\chi(t_1,r_1)\chi(t_2,r_2)\rangle=\varkappa(t_1,r_1,r_2)\delta(t_1-t_2).$$

Если распределение $\chi(t,r)$ гауссово, то для функционала плотности вероятности этого С. п. справедливо обобщённое *Фоккера — Планка уравнение*

$$\frac{\partial v(t,\xi)}{\partial t}=\int_D\frac{\delta}{\delta\xi(r)}\,[f(t,r,\xi)v(t,\xi)]dr+$$

$$+\frac{1}{2}\iint_D\varkappa(t,r_1,r_2)\,\frac{\delta^2 v(t,\xi)}{\delta\xi(r_1)\delta\xi(r_2)}\,dr_1dr_2,$$

в к-ром вместо частных производных фигурируют функциональные производные и, кроме того, интегрирование по r проводится в пределах той области пространства D, на к-рой задано С. п.

При нач. условии $v(t_0,\xi)=\delta(\xi(r)-\xi_0(r))$ это ур-ние описывает функционал плотности вероятности перехода С. п. из начального (в момент t_0) состояния $\xi_0(r)$ в состояние $\xi(r)$ в текущий момент t. Описанное ур-ние (как и вообще подобные ур-ния для функционалов плотности вероятности) имеет символич. смысл, поскольку нормировочные константы величин $v(t,\xi)$ обычно обращаются в 0 или в ∞. С матем. точки зрения более корректно было бы оперировать с характеристич. функционалами, свободными от этого недостатка. Однако в физ. приложениях представляют интерес такие статистич. характеристики С. п., к-рые не зависят от нормировочных констант: моментные и кумулянтные ф-ции, отношение функционалов плотности вероятности (т. н. отношение правдоподобия) и др. Для