ных процессов, нужно только вместо одной переменной t всюду подразумевать совокупность параметров Q. В частности, на С. п. обобщаются n-точечная плотность вероятности

$$w_n(\xi_1, Q_1; \ldots; \xi_n, Q_n) d\xi_1 \ldots d\xi_n = P\{\xi_\nu \leqslant \xi(Q_\nu) \leqslant \xi_\nu + d\xi_\nu, \ \nu = 1, \ldots, n\},$$

к-рая должна удовлетворять условиям неотрицательности, согласованности и нормировки, а также связанная с ней преобразованием Фурье n-мерная *характеристическая функция*

$$\Phi_n(v_1, \ldots, v_n, Q_1, \ldots, Q_n) = \left\langle \exp\left(i \sum_{l=1}^{n} \xi_l v_l \right) \right\rangle =$$

$$= \int \ldots \int w_n(\xi_1, Q_1; \ldots; \xi_n, Q_n) \cdot \exp\left(i \sum_{l=1}^{n} \xi_l v_l \right) d\xi_1 \ldots d\xi_n.$$

В теории С. п. используют функциональные методы, при этом вводят функционал плотности вероятности, являющийся континуальным обобщением w_n, либо характеристич. функционал

$$\Phi[v] = \langle \exp[i \textstyle\int \xi(Q) v(Q) dQ] \rangle.$$

Моментные (M) и кумулянтные (K) ф-ции выражаются через характеристич. функционал при помощи функциональных (вариационных) производных:

$$M_n(Q_1, \ldots, Q_n) = i^{-n} \left. \frac{\delta^n \Phi[v]}{\delta v(Q_1) \ldots \delta v(Q_n)} \right|_{v=0},$$

$$K_n(Q_1, \ldots, Q_n) = i^{-n} \left. \frac{\delta^n \ln \Phi[v]}{\delta v(Q_1) \ldots \delta v(Q_n)} \right|_{v=0}.$$

При статистич. описании С. п. необходимо учитывать причинно-следственные связи поля на оси времени и его возможные специфич. свойства, такие, как однородность и изотропность, на разл. гиперповерхностях Q-пространства.

С. п. наз. статистически однородным в узком смысле, если все его статистич. характеристики не изменяются при преобразовании трансляции $Q \to Q + \delta Q$. Если указанным свойством обладают только ср. значение и корреляц. ф-ция, то говорят о статистич. однородности в широком смысле. Многомерные С. п., обладающие таким свойством, наз. однородными и однородно связанными.

Понятие статистич. однородности С. п. является обобщением понятия стационарности случайного процесса. Если речь идёт о пространственно-временных С. п., то различают стационарность поля по времени и его однородность по пространств. координатам, при этом С. п. может быть статистически однородным по части координат и неоднородным — по остальным. Иногда С. п. однородны только на нек-рых поверхностях (на плоскости, на сфере и т. п.). Статистич. однородность может иметь место по пространственно-временно́му аргументу, напр. по аргументу $\boldsymbol{r} - \boldsymbol{v}t$ в случае т. н. «замороженных» неоднородностей, движущихся как целое равномерно со скоростью $\boldsymbol{v}$ и описываемых С. п. $\xi(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{v}t)$.

При статистич. описании С. п. часто ограничиваются *корреляционной теорией*, в к-рой используют только моменты 1-го и 2-го порядка, т. е. ср. значение

$$\langle \xi(Q) \rangle = \int \xi w_1(\xi, Q) d\xi,$$

и корреляц. ф-цию

$$\psi(Q_1, Q_2) = \langle \tilde{\xi}(Q_1) \tilde{\xi}(Q_2) \rangle = \int\int \tilde{\xi}_1 \tilde{\xi}_2 w_2(\xi_1, Q_1; \xi_2 Q_2) d\xi_1 d\xi_2,$$

$$\tilde{\xi}_i = \xi_i - \langle \xi_i \rangle.$$

Характерный масштаб убывания корреляц. ф-ции наз. масштабом или радиусом корреляции. Напр., С. п. с гауссовой корреляц. ф-цией

$$\psi(\boldsymbol{r}) = \sigma^2 \exp\left(-x^2/a^2 - (y^2 + z^2)/b^2\right)$$

имеет масштаб корреляции a вдоль оси x и радиус корреляции b в плоскости (y, z). Корреляц. теория точно описывает только поля с нормальным (гауссовым) законом распределения вероятностей.

Многомерное С. п. $\xi^{(i)}(Q)$ в рамках корреляц. теории характеризуется совокупностью ср. значений $\langle \xi^{(i)}(Q) \rangle$ и корреляц. матрицей $\psi_{ik}(Q_1, Q_2) = \langle \tilde{\xi}^{(i)}(Q_1) \tilde{\xi}^{(k)}(Q_2) \rangle$, в к-рой диагональные элементы представляют собой ф-ции автокорреляции, а недиагональные — ф-ции взаимной корреляции компонент $\xi^{(i)}$ и $\xi^{(k)}$.

В приложениях приходится иметь дело с комплексными С. п. $\xi(Q) = \eta(Q) + i\zeta(Q)$, полное статистич. описание к-рых не отличается от описания двумерного С. п. с компонентами $\eta(Q)$, $\zeta(Q)$. Обычно не производят разделения С. п. на вещественную и мнимую части, а оперируют непосредственно с $\xi(Q)$ и комплексно сопряжённым полем $\xi^*(Q)$. При описании таких С. п. в рамках корреляц. теории приходится поэтому рассматривать две корреляц. ф-ции

$$\psi(Q_1, Q_2) = \langle \tilde{\xi}(Q_1) \tilde{\xi}^*(Q_2) \rangle = \langle \xi(Q_1) \xi^*(Q_2) \rangle - \langle \xi(Q_1) \rangle \langle \xi^*(Q_2) \rangle,$$

$$\tilde{\psi}(Q_1, Q_2) = \langle \tilde{\xi}(Q_1) \tilde{\xi}(Q_2) \rangle = \langle \xi(Q_1) \xi(Q_2) \rangle - \langle \xi(Q_1) \rangle \langle \xi(Q_2) \rangle,$$

через к-рые выражаются ф-ции корреляции вещественной и мнимой частей комплексного С. п.:

$$\psi_\eta(Q_1, Q_2) = (1/2)\, \mathrm{Re}\, [\psi(Q_1, Q_2) + \tilde{\psi}(Q_1, Q_2)],$$

$$\psi_\zeta(Q_1, Q_2) = (1/2)\, \mathrm{Re}\, [\psi(Q_1, Q_2) - \tilde{\psi}(Q_1, Q_2)],$$

а также ф-ции взаимной корреляции

$$\psi_{\eta\zeta}(Q_1, Q_2) = (1/2)\, \mathrm{Im}\, [\tilde{\psi}(Q_1, Q_2) - \psi(Q_1, Q_2)],$$

$$\psi_{\zeta\eta}(Q_1, Q_2) = (1/2)\, \mathrm{Im}\, [\tilde{\psi}(Q_1, Q_2) + \psi(Q_1, Q_2)].$$

Для случайного эл.-магн. поля с напряжённостью электрич. поля $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ вводят поляризационную матрицу $P_{ik}(\boldsymbol{r}) = \langle E^{(i)}(\boldsymbol{r}) E^{(k)}(\boldsymbol{r}) \rangle$. С её помощью вычисляются *Стокса параметры*, характеризующие состояние поляризации С. п.

Простейшей мерой статистич. связи значений С. п. в разных точках Q-пространства являются коэффициенты корреляции:

$$K_{ii}(Q_1, Q_2) = \frac{\psi_{ii}(Q_1, Q_2)}{[\psi_{ii}(Q_1, Q_1) \psi_{ii}(Q_2, Q_2)]^{1/2}},$$

$$K_{ik}(Q_1, Q_2) = \frac{\psi_{ik}(Q_1, Q_2)}{[\psi_{ii}(Q_1, Q_1) \psi_{kk}(Q_2, Q_2)]^{1/2}}.$$

Пространственно-однородные поля, у к-рых $\psi(\boldsymbol{r})$ и $\tilde{\psi}(\boldsymbol{r})$ зависят только от модуля вектора $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2$, т. е. $\psi(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = \psi(r)$, $\tilde{\psi}(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = \tilde{\psi}(r)$, наз. статистически изотропными в широком смысле. (Изотропность в узком смысле подразумевает аналогичные свойства непосредственно у плотностей вероятности.) Многомерные С. п., у к-рых указанным свойством обладают ф-ции корреляции, являются изотропными и изотропно связанными. Как и однородность, изотропность полей может иметь место лишь на нек-рых гиперповерхностях пространства независимых переменных.

Для статистически однородных (в широком смысле) С. п. справедливо обобщение *Винера — Хинчина теоремы*, устанавливающее взаимосвязь между корреляц. ф-цией и пространственно-временно́й спектральной плотностью $G(\omega, \mathbf{k})$. Для поля, стационарного по времени и однородного в трёхмерном пространстве, эта связь имеет вид:

$$\psi(t, \boldsymbol{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega, \mathbf{k}) \exp[i(\mathbf{k}\boldsymbol{r} - \omega t)] d\omega d\mathbf{k},$$

$$G(\omega, \mathbf{k}) = (2\pi)^{-4} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t, \boldsymbol{r}) \exp[i(\mathbf{k}\boldsymbol{r} - \omega t)] dt d\boldsymbol{r}.$$