

наз. распределением вероятностей значений С. в. ξ (или, короче, распределением ξ). В случае, когда ξ принимает значения из произвольного «непрерывного» числового множества (так, что вероятность каждого отдельного значения $\xi(\omega)$, как правило, равна нулю), распределение ξ задаётся с помощью т. н. функции распределения

$$F_\xi(x) = P\{\omega: \xi(\omega) \leq x\}, -\infty < x < \infty.$$

При этом в случае дискретного множества значений

$$F_\xi(x) = \sum_{k: x_k \leq x} p_k.$$

Если рассматривается одновременно нескл. С. в. ξ_1, \dots, ξ_s (напр., число всех решек в последовательности $\omega = (\alpha_1, \dots, \alpha_{10})$ и число двух последовательных выпадений решки, три координаты $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ броуновской частицы в момент времени t), то вводят их совместную ф-цию распределения

$$F_{\xi_1, \dots, \xi_s}(x_1, \dots, x_s) = P\{\omega: \xi_1(\omega) \leq x_1, \dots, \xi_s(\omega) \leq x_s\}.$$

С. в. ξ_1, \dots, ξ_s наз. независимыми, когда эта ф-ция распадается на произведение вероятностей отдельных решек, три координаты $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ броуновской частицы в момент времени t .

Ср. значение (матем. ожидание) $\langle \xi \rangle$ С. в., принимающей значения из дискретного множества чисел x_1, \dots, x_n , определяется ф-лой

$$\langle \xi \rangle = \sum_k x_k p_k.$$

В общем случае, когда С. в. принимает «непрерывное» множество значений, полагают

$$\langle \xi \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x dF_\xi(x),$$

где $\int \cdot dF_\xi(x)$ — т. н. интеграл Стильбеса (см. [1]). Дисперсия $D\xi$ С. в. определяется как

$$D\xi = \langle (\xi - \langle \xi \rangle)^2 \rangle.$$

Основной (неформальный) принцип теории вероятностей состоит в том, что все сведения о «статистических свойствах» С. в. можно целиком извлечь из её ф-ции распределения (а в случае нескл. С. в. — из их совместной ф-ции распределения), не обращаясь к деталям явной зависимости $\xi(\omega)$ от случая $\omega \in \Omega$.

Лит.: 1) Гнеденко Б. В., Курс теории вероятностей, 6 изд., М., 1988; 2) Фейлер Б., Введение в теорию вероятностей и ее приложения, т. 1, пер. с англ., [3 изд.], М., 1984; 3) Гихман И. И., Скороход А. В., Введение в теорию случайных процессов, 2 изд., М., 1977. Р. А. Мицкос.

СЛУЧАЙНАЯ ФУНКЦИЯ на множестве T — семейство случайных величин $\{\xi_t, t \in T\}$, помеченных элементами множества T (наз. областью определения С. ф.) и заданных на одном и том же вероятностном пространстве Ω : $\xi_t = \{\xi_t(\omega), \omega \in \Omega\}$. Напр., при n -кратном бросании монеты, когда пространство Ω состоит из 2^n последовательностей $\omega = \{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$, где $\alpha_k = 0$ или 1 [выпадение решки (0) или герба (1) при k -м бросании], можно ввести С. ф. $\{\xi_k, k = 1, \dots, n\}$ с областью определения $T = \{1, 2, \dots, n\}$, где $\xi_k = \alpha_k$ — k -я координата в последовательности ω ; при броуновском движении частицы в течение промежутка времени $T = [0, t_0]$, когда пространство Ω обраовано всеми возможными её траекториями

$$\omega = \{r(t) = (x(t), y(t), z(t)) \in R^3, 0 \leq t \leq t_0\},$$

в качестве С. ф. можно выбрать семейство $\{\xi_t, t \in T\}$ значений абсцисс $x(t)$ точек $r(t)$ во все моменты времени t : $\xi_t(\omega) = x(t)$.

В случаях, когда область определения T совпадает с числовой осью (или отрезком числовой оси), множест-

вом целых чисел, многомерным пространством R^v ($v > 1$) или областью в нём, С. ф. называют соответственно случайным процессом, случайной последовательностью (или временным рядом), случайным полем. Числовую ф-цию $\{\xi_t, t \in T\}$ на множестве T , получающуюся при фиксировании к. л. случая $\omega = \omega_0 \in \Omega : \xi_t(\omega) = \xi_t(\omega_0)$, называют реализацией С. ф. (или её выборочной функцией).

Для любого конечного набора элементов $t_1, \dots, t_n \in T$ определена совместная ф-ция распределения вероятностей значений набора случайных величин $\xi_{t_1}, \dots, \xi_{t_n}$:

$$F_{t_1, \dots, t_n}(x_1, \dots, x_n) = P\{\omega: \xi_{t_1}(\omega) \leq x_1, \dots, \xi_{t_n}(\omega) \leq x_n\}.$$

Совокупность всех таких ф-ций $\{F_{t_1, \dots, t_n}\}$ для всех возможных наборов $(t_1, \dots, t_n \in T, n = 1, 2, \dots)$ элементов из T наз. семейством конечномерных распределений С. ф. $\{\xi_t, t \in T\}$. Считается, что вся информация о стохастич. свойствах С. ф. целиком заключена в семействе её конечномерных распределений, т. е. две разл. С. ф. $\{\xi_t^{(1)}, t \in T\}$ и $\{\xi_t^{(2)}, t \in T\}$ (заданные на одном и том же или на разных вероятностных пространствах), у к-рых семейства конечномерных распределений совпадают для всех наборов $\{t_1, \dots, t_n\}$ и значений $\{x_1, \dots, x_n\}$, с вероятностной точки зрения эквивалентны.

Лит.: Гихман И. И., Скороход А. В., Введение в теорию случайных процессов, 2 изд., М., 1977. Р. А. Мицкос. **СЛУЧАЙНОЕ ВЫРОЖДЕНИЕ** — вырождение, не связанные со свойствами симметрии квантовой системы и получающееся вследствие совпадения значений энергии для двух различных её квантовых состояний. Так, для сложных атомов могут случайно совпадать энергии уровней, принадлежащих разл. последовательностям электронных уровней энергии. Для колебаний состояний молекул возможны совпадения удвоенной частоты собств. колебаний с частотой др. собств. колебаний, что приводит к С. в. колебат. уровням.

Лит. см. при ст. Вырождение.

СЛУЧАЙНОЕ ПОЛЕ — случайная ф-ция $\xi(Q)$ нескл. непрерывных переменных (параметров) $Q = (\alpha, \beta, \gamma, \dots)$, т. е. такая ф-ция, реализации к-рой подчиняются вероятностным законам, задающим значение ф-ции в каждой точке пространства и взаимосвязь значений в соседних точках. Число независимых переменных фиксирует размерность пространства, на к-ром задано С. п. Если одним из параметров является время t , то говорят о переменном С. п. в пространстве, размерность к-рого определяется числом остальных параметров. Напр., $\xi(Q) = \xi(t, r)$ — переменное С. п. в трёхмерном пространстве (x, y, z) , наз. также пространственно-временным С. п. Такие С. п. чаще всего встречаются в физике.

С. п. используют при вероятностном описании флюктуаций явлений в системах с распределёнными параметрами, в частности при описании флюктуаций плотности, темп-ры, диэлектрич. проницаемости и др. параметров разл. сред, при исследовании флюктуаций эл.-магн. и звуковых волн, распространяющихся в случайно-неоднородных средах, в задачах пространственно-временного приёма и обработки сигналов на фоне шумов и помех, при описании полей шумов и помех разл. происхождения, при вероятностной трактовке нек-рых результатов квантовой теории и т. д.

С. п., описываемое N ф-циями $\xi^{(i)}(Q)$, $i = 1, 2, \dots, N$, наз. N -мерным. Компоненты $\xi^{(i)}(Q)$ в общем случае имеют разл. физ. природу (напр., совокупность давления, плотности и трёх компонент скорости), особый интерес представляет случай, когда величины $\xi^{(i)}(Q)$ имеют одинаковую размерность и преобразуются как компоненты вектора (тензора) при преобразованиях системы координат. В этом случае говорят о векторном (тензорном) С. п.

Основные понятия. Для С. п. используют те же способы задания и статистич. описания, что и для случай-