гральных ур-ний типа Гельфанда — Левитана— Марченко.

Гамильтонова формулировка С.-Г. у. заключается в том, что, напр., в случае (А) оно представляет собой *гамильтонову систему* с гамильтонианом

$$P_0=\frac{1}{\gamma}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left\{\frac{1}{2}\pi^2(x)+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+m^2(1-\cos u)\right\}dx$$

и симплектич. формой (см. *Симплектическая структура, Симплектическое многообразие*)

$$\Omega=\frac{1}{\gamma}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}d\pi(x)\wedge du(x)dx,\ \pi(x)=\frac{\partial u}{\partial t}.$$

Эта система является вполне интегрируемой, и переход от переменных u и π к данным рассеяния соответствующего оператора L является канонич. преобразованием к переменным типа действие — угол. Фазовое пространство параметризуется канонически сопряжёнными переменными трёх типов:

1) $0\leqslant\rho(p)<\infty,\ 0\leqslant\varphi(p)<2\pi,\ p\in\mathbb{R}^1;$
2) $p_a, q_a\in\mathbb{R}^1,\ a=1,\ldots,N_1;\ N_1\geqslant 0,\ N_1\in\mathbb{Z};$
3) $\eta_b, \xi_b\in\mathbb{R}^1,\ 0\leqslant\alpha_b<8\pi/\gamma, 0\leqslant\beta_b<2\pi;\ b=1,\ldots,N_2,\ N_2\geqslant 0,\ N_2\in\mathbb{Z}.$

Полная энергия P_0 и полный импульс

$$P_1=\frac{1}{\gamma}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\pi(x)\frac{\partial u}{\partial x}dx$$

поля u в новых переменных выглядят след. образом:

$$P_0=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\sqrt{p^2+m^2}\rho(p)dp+\sum_{a=1}^{N_1}\sqrt{p_a^2+M^2}+\sum_{b=1}^{N_2}\sqrt{\eta_b^2+(2M\sin\theta_b)^2};$$

$$P_1=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}p\rho(p)dp+\sum_{a=1}^{N_1}p_a+\sum_{b=1}^{N_2}\eta_b,\ M=\frac{8m}{\gamma},\ \theta_b=\frac{\gamma}{16}\alpha_b.$$

В случае (В) также получается вполне интегрируемая гамильтонова система.

Одно из приложений к квантовой теории поля. Пусть $u(x, t)$ — скалярное поле с лагранжианом

$$L=\frac{1}{2\gamma}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left\{\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2-\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2-2m^2(1-\cos u)\right\}dx$$

(здесь γ — константа связи). Такой лагранжиан появляется как часть полного лагранжиана для мн. реалистич. моделей в КТП. С.-Г. у. является ур-нием Эйлера — Лагранжа для этого лагранжиана. При квазиклассич. квантовании поля u осн. роль играют приведённые выше выражения для P_0 и P_1. Первые члены в правых частях указанных ф-л отвечают частицам массой m — частицам осн. поля. Переменным второго и третьего типов соответствуют локализов. решения С.-Г. у.— *солитоны* (в КТП) и двойные солитоны массами M и $2M\sin\theta$. Система обладает законом сохранения (*топологический заряд*):

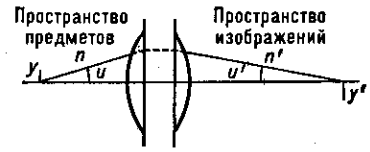
$$Q=\frac{1}{2\pi}\{u(+\infty, t)-u(-\infty, t)\},\ Q\in\mathbb{Z}.$$

Частицы первого и третьего типов имеют заряд, равный 0, а у частиц второго типа заряд равен $+1$. Частицы с одинаковыми зарядами отталкиваются, а с разными зарядами — притягиваются. Наличие бесконечного числа законов сохранения означает, что при рассеянии сохраняются кол-ва частиц каждого типа; n-частичная *матрица рассеяния* (S-матрица) сводится к парным S-матрицам. С помощью интеграла по траекториям можно вычислить квантовые поправки к массам и к квазиклассической S-матрице солитонов. Одним из нетривиальных свойств указанной модели является возникновение целого спектра частиц (солитонов), в то время как лагранжиан теории содержит только одно поле. Кроме того, в приближении слабого взаимодействия (т. е. когда γ мало) солитоны — массивные частицы и сильно взаимодействуют.

Лит.: Фиников С. П., Изгибание на главном основании и связанные с ним геометрические задачи, М.— Л., 1937; Ablowitz M. [и др.], Method for solving the sine-gordon equation, «Phys. Rev. Lett.», 1973, v. 30, p. 1262; Тахтаджян Л. А., Фаддеев Л. Д., Существенно-нелинейная одномерная модель классической теории поля, «ТМФ», 1974, т. 21, № 2, с. 160; их же, Гамильтонова система, связанная с уравнением $U_{tt}+\sin u=0$, «Тр. Матем. ин-та АН СССР», 1976, т. 142, с. 254; Корепин В. Е., Фаддеев Л. Д., Квантование солитонов, «ТМФ», 1975, т. 25, № 2, с. 147; Козел В. А., Котляров В. П., Почти периодические решения уравнения $U_{tt}-U_{xx}+\sin u=0$, «ДАН УССР, сер. А», 1976, № 10, с. 878; Пелиновский Е. Н., Некоторые точные методы в теории нелинейных волн, «Изв. вузов. Радиофизика», 1976, т. 19, № 5—6, с. 883.

Л. А. Тахтаджян.

СИ́НУСОВ УСЛО́ВИЕ — условие, соблюдение к-рого необходимо, чтобы оптич. система, исправленная в отношении её *сферической аберрации*, давала безаберрационное изображение y' малого осевого элемента y, расположенного перпендикулярно оси. С. у. выражается ф-лой $\sin u/\sin u'=\beta n'/n$, где u и u' — углы, образуемые оптич. осью и лучом, проходящим через точку предмета на оси в пространстве предметов и в пространстве изображений соответственно (рис.); n и n' — показатели преломления среды по обе стороны оптич.



системы; $\beta=y'/y$ — линейное увеличение оптич. системы.

СИНУСОИДА́ЛЬНЫЕ КОЛЕБА́НИЯ — см. *Гармонические колебания*.

СИНФА́ЗНОСТЬ — совпадение по фазе двух или нескольких периодич. *колебаний*. Опираясь на более общее понятие когерентности, С. можно определить как частный случай когерентности, при к-ром разность фаз колебаний постоянна и равна нулю [на рис. 1 см.

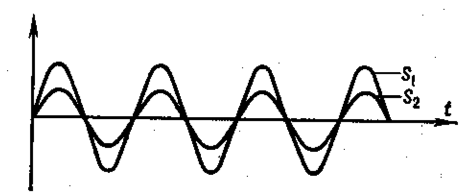


Рис. 1.

синфазные гармонич. колебания, описываемые ф-циями вида $S_{1,2}(t)=A_{1,2}\sin(\omega t+\varphi_0)$, где $A_{1,2}$ — амплитуды, $\omega=2\pi/T$ — круговая (циклическая) частота, T — период колебаний, φ_0 — начальная фаза; эти колебания синфазны, если $\varphi_2-\varphi_1=\pm 2\pi n$, где $n=0, 1, 2, \ldots$; на рис. 2— синфазные колебания взаимно перпендикулярных векторов напряжённостей электрич. и магн. полей].

Примеры синфазных колебаний: 1) колебания всех точек стоячей волны; они происходят с разл. отклоне-