да. При нетривиальном калибровочном преобразовании координата X меняется на целое число, равное топологич. заряду преобразования. Зависимость волновой ф-ции основного состояния от координаты X имеет хорошо известный из физики твёрдого тела блоховский вид (см. *Блоховские электроны*) и характеризуется величиной *квазиимпульса* θ. Физ. эффекты, связанные с параметром θ, удобно изучать считая, что к обычному лагранжиану глюонных полей добавлен новый член θQ. Включение θ-члена в лагранжиан означает, вообще говоря, сильное нарушение P-и CP-инвариантности в сильных взаимодействиях [3]. Но эксперименты по проверке CP-инвариантности, в частности измерение электрич. дипольного момента *нейтрона*, дают жёсткое ограничение на величину θ-члена: $|\theta| < 10^{-9}$. В КХД можно считать затравочный параметр θ в лагранжиане очень малым, но наличие столь малого числа является неестественным и требует объяснения. Энергия основного состояния в КХД зависит от значения θ и достигает минимума при $\theta = 0$. Осн. идея решения проблемы сильного нарушения CP-инвариантности состоит в расширении СМ, чтобы обеспечить системе возможность перейти в состояние с наименьшей энергией. Р. Печчеи и X. Куинн (R. Peccei, H. Quinn, 1977) предложили ввести в СМ новую глобальную аксиальную С. $U(1)_{PQ}$, такую, что лагранжиан остаётся инвариантным при одновременном аксиальном фазовом преобразовании кварковых полей и фазовом преобразовании *Хиггса полей*. В полной СМ симметрия $U(1)_{PQ}$ нарушена аксиальной аномалией, и фаза $U(1)_{PQ}$-преобразования становится аддитивной добавкой к θ. После спонтанного нарушения симметрии в хиггсовском секторе (в части лагранжиана, содержащей только поля Хиггса) фаза превращается в динамич. степень свободы и её вакуумное среднее определяется из условия минимума энергии, что приводит к обращению в нуль эффективного θ-члена и решает проблему сильного нарушения CP-инвариантности.

Рассмотрим те глобальные С. $U(1)$, судьба к-рых зависит от свойств электрослабого взаимодействия [4]. Сохранение *барионного числа* и *лептонного числа* в СМ гарантировано инвариантностью классич. лагранжиана относительно двух независимых групп $U(1)$ фазовых преобразований. С учётом квантовых поправок соответствующие этим группам барионный и лептонный токи становятся аномальными и приобретают дивергенции, пропорциональные плотности топологич. заряда электрослабых калибровочных бозонов. Потенциальная энергия в теории с глобальными С. $U(1)$ периодична, как и в КХД, по обобщённой координате X (она, конечно, построена теперь из электрослабых калибровочных полей), причём минимумы разделены барьерами высотой порядка $\pi M_W/\alpha_W \approx 10$ ТэВ (M_W — масса W-бозона, α_W — константа электрослабого взаимодействия). Из выражений для аномальных дивергенций барионного и лептонного токов видно, что всякий подбарьерный переход сопровождается изменением барионного B и лептонного L чисел $\Delta B = \Delta L = -3\Delta X$, а разность $B - L$ сохраняется. Оказалось, что вероятность таких процессов подавлена подбарьерным фактором $\exp(-4\pi/\alpha_W) \sim 10^{-170}$ (т'Хоофт, 1976).

Интерес к несохранению барионного числа в СМ возрос после работы В. А. Кузьмина, В. А. Рубакова и М. Е. Шапошникова (1985), к-рые отметили, что при высокой темп-ре, превышающей (в энергетич. единицах) высоту потенциального барьера, переходы с изменением барионного числа не подавлены. Такие процессы учитывают при решении вопроса о происхождении *барионной асимметрии Вселенной*.

Лит.: 1) Окунь Л. Б., Лептоны и кварки, 2 изд., М., 1990; 2) Индурайн Ф., Квантовая хромодинамика, пер. с англ., М., 1986; 3) Ансельм А. А., Уральцев Н. Г., Легкие и безмассовые хиггсовские частицы, в сб.: Физика элементарных частиц, Л., 1985; 4) Дьяконов Д. И., Петров В. Ю., Несохранение барионного заряда в процессах при высокой энергии, в сб.: Физика элементарных частиц, Л., 1991.

М. И. Эйдес.

СИМПЛЕКТИ́ЧЕСКАЯ ГРУ́ППА (от лат. simplex — простой) — *группа* линейных преобразований конечномерного *векторного пространства* (вещественного или комплексного), сохраняющих кососкалярное произведение, т. е. невырожденную кососимметричную (в физ. приложениях чаще употребляется термин «антисимметричная») билинейную форму. Пространство, снабжённое кососкалярным произведением, наз. симплектическим. Роль С. г. в симплектич. пространстве аналогична роли ортогональной группы в евклидовом пространстве.

Примеры. 1) Кососкалярное произведение на плоскости с координатами p, q — это форма площади $p \wedge q$. Паре векторов она сопоставляет ориентированную площадь натянутого на них параллелограмма и меняет знак при перестановке векторов. Напр., кососкалярное произведение $\langle u,w \rangle$ пары векторов с декартовыми координатами u_1, u_2 и w_1, w_2 можно записать в виде: $\langle u,w \rangle = u_1w_2 - u_2w_1$. С. г. плоскости изоморфна группе 2×2 — матриц с определителем 1.

2) Прямая сумма n симплектич. плоскостей несёт кососкалярное произведение $p_1 \wedge q_1 + \ldots + p_n \wedge q_n$, относящее паре векторов сумму площадей проекций на координатные плоскости натянутого на эти векторы параллелограмма. С. г. содержится в группе линейных преобразований, сохраняющих объём $p_1 \wedge q_1 \wedge \ldots \wedge p_n \wedge q_n$.

3) Мнимая часть невырожденной эрмитовой формы в n-мерном комплексном пространстве, рассматриваемом как $2n$-мерное вещественное, является кососкалярным произведением. В координатах $z_k = p_k + iq_k$ эрмитова форма $\sum_{k=1}^{n} z_k \bar{z}_k'$ имеет мнимую часть $-\sum_{k=1}^{n} p_k \wedge q_k$. С. г. содержит унитарную группу — группу комплексных линейных преобразований, сохраняющих эту эрмитову форму. Унитарная группа — максимальная компактная подгруппа в С. г.

Изучение симплектич. пространства упрощается благодаря теореме Дарбу — Фробениуса, согласно к-рой симплектич. пространство чётномерно, а два таких пространства одной размерности симплектически изоморфны.

Косоортогональность. Два вектора наз. косоортогональными, если их кососкалярное произведение — нуль. Вектор, косоортогональный всему пространству,— нулевой. В этом состоит определение невырожденности кососкалярного произведения. Каждый вектор себе косоортогонален (следствие кососимметричности). Косоортогональное дополнение прямой — гиперплоскость, содержащая эту прямую. Обратно, косоортогональное дополнение гиперплоскости — прямая в ней. Вообще косоортогональное дополнение подпространства имеет дополнит. размерность. Два подпространства одинаковой размерности переводятся друг в друга преобразованием из С. г., если и только если совпадают размерности их пересечений со своими косоортогональными дополнениями. В частности, любая прямая (гиперплоскость) переводится в любую другую. Т. о., геометрия симплектич. пространства во многом определяется структурой С. г.

С. г. $2n$-мерного симплектич. пространства — это простая связная группа Ли, обозначаемая $\mathrm{Sp}(2n, \mathbb{R})$ [в комплексном случае $\mathrm{Sp}(2n, \mathbb{C})$]. Её размерность $(2n + 1)n$. *Ли алгебра* этой группы изоморфна алгебре Ли однородных многочленов степени 2 от переменных $(p_1, \ldots, p_n, q_1, \ldots, q_n)$ с *Пуассона скобкой* в качестве коммутатора:

$$[f,g] = f_p g_q - f_q g_p = \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial p_k} \frac{\partial g}{\partial q_k} - \frac{\partial f}{\partial q_k} \frac{\partial g}{\partial p_k} \right).$$

По этой причине изучение С. г. равносильно до нек-рой степени изучению линейных гамильтоновых систем дифференциальных ур-ний.

А. Б. Гивенталь.