значных представлениях 3-мерной группы вращений.

Ли алгебра генераторов группы $SU(2)$ [или $O(3)$] — единственная алгебра Ли 1-го ранга, т. е. такая, что диагонализовав один генератор (обычно I_3), невозможно, вообще говоря, диагонализовать ещё к.-л. другой генератор. Соответственно, в этой алгебре существует лишь один *Казимира оператор* (т. е. оператор, построенный из генераторов и коммутирующий со всеми генераторами). Он имеет вид:

$$I^2=\sum_{k=1}^{3} I_k^2 .$$

Задание его численного значения достаточно для указания неприводимого представления. Возможные значения $I^2 = i(i+1)$, где i — неотрицательное целое или полуцелое число.

Приложения С. $SU(2)$ в физике связаны прежде всего с представлениями группы вращений 3-мерного пространства, отвечающими полуцелому спину. В частности, для спина $^1/_2$ получаем 2-компонентные *спиноры*, к-рые при вращениях преобразуются как раз унитарными унимодулярными матрицами 2-го порядка.

В физике элементарных частиц С. $SU(2)$ широко используется также в связи с идеей *изотопической инвариантности*, предложенной В. Гейзенбергом (W. Heisenberg) для описания сходства взаимодействий протона и нейтрона. Считается, что изотопич. симметрия описывает точное свойство инвариантности *сильных взаимодействий*, хотя получаемые из неё соотношения в действительности всегда нарушаются на уровне точности порядка одного или неск. процентов.

Предположив, что изотопич. симметрия становится точной при «отключении» электродинамики, Ч. Янг (Ch. Yang) и Р. Миллс (R. Mills) предложили калибровочную теорию сильных взаимодействий, напоминающую квантовую электродинамику, но использующую неабелеву локальную группу С. $SU(2)$ вместо абелевой локальной группы *симметрии $U(1)$*. Хотя эта теория не подтверждается экспериментом (массы *кварков u, d* должны, видимо, различаться даже при «выключенной» электродинамике, что даёт малое, но неустранимое нарушение изотопич. симметрии), она стимулировала чрезвычайно плодотворное исследование неабелевых калибровочных квантовых теорий поля, к-рые приобрели название теорий типа Янга — Миллса. С этими теориями связано ещё одно приложение группы С. $SU(2)$ к элементарным частицам. Стандартным стало совместное описание эл.-магн. и слабых взаимодействий (см. *Электрослабое взаимодействие*), основанное на калибровочной квантовой теории поля с локальной группой симметрии $SU(2)\otimes U(1)$. В этой теории симметрия спонтанно нарушается, т. е. вакуум не является инвариантным относительно точной группы симметрии лагранжиана (см. *Спонтанное нарушение симметрии*). К.-л. экспериментальных указаний на необходимость выхода за рамки такого описания электрослабых взаимодействий пока не обнаружено.

Лит.: Ферми Э., Лекции о π-мезонах и нуклонах, пер. с англ., М., 1956; Элементарные частицы и компенсирующие поля. Сб. ст., пер. с англ., М., 1964; Окунь Л. Б., Лептоны и кварки, 2 изд., М., 1990; его же, Физика элементарных частиц, 2 изд., М., 1988.

Я. И. Азимов.

СИММЕТРИЯ $SU(3)$. В физике обычно реализуется как инвариантность относительно *группы* матричных преобразований над полями ψ_j: $\psi_j \to U_{ji}\psi_i$, где U_{ji} — матричное *представление группы $SU(3)$*. Группа $SU(3)$ — совокупность унитарных унимодулярных *матриц* 3-го порядка U (к-рая образует группу по отношению к обычному матричному умножению). Для параметризации этих матриц нужен набор из $8(=3^2-1)$ линейно-независимых эрмитовых бесследовых матриц. Обычно используют *Гелл-Мана матрицы* $\lambda_k (k=1, \ldots, 8)$. С их помощью любая матрица из множества U задаётся 8 вещественными параметрами a_k в виде:

$$\exp\left[(i/2)\sum_{k=1}^{8}\lambda_k a_k\right].$$

Т. о., группа $SU(3)$ является 8-параметрич. группой Ли. В этом представлении и при такой параметризации *генераторы группы* $I_k=\lambda_k/2$. Их *перестановочные соотношения*:

$$[I_j,I_k]=i\sum_{l=1}^{8} f_{ikj}I_l ,$$

где

$$f_{jkl}=(1/4i)\ \mathrm{Sp}\,([\lambda_j,\lambda_k]\lambda_l).$$

Как и группа *симметрии $SU(2)$*, группа $SU(3)$ простая. Но, в отличие от $SU(2)$, *ранг группы* $SU(3)$ равен двум (отметим, что существуют ещё 2 простые группы Ли 2-го ранга). Это означает, что в любом представлении можно диагонализовать по меньшей мере два генератора. В стандартном представлении матриц λ_k диагональными выбираются λ_3 и λ_8.

2-й ранг группы $SU(3)$ имеет и др. проявления. По сравнению с группой $SU(2)$ здесь есть добавочный инвариантный «тензор». Кроме полностью антисимметричного «тензора» f_{jkl} есть другой «тензор», полностью симметричный:

$$d_{jkl}=(1/4)\ \mathrm{Sp}\,(\{\lambda_j,\lambda_k\}\lambda_l)$$

(аналогичное выражение для *Паули матриц* σ_k обращается в нуль). Далее, в отличие от $SU(2)$, в группе $SU(3)$ имеется два *Казимира оператора*, коммутирующих со всеми генераторами. Один из них, квадратичный по генераторам, имеет структуру, аналогичную случаю $SU(2)$:

$$C_2=\sum_{k=1}^{8} I_k^2 .$$

Другой, кубичный, не имеет аналога в $SU(2)$:

$$C_3=\sum_{j,k,l=1}^{8} d_{jkl}I_jI_kI_l .$$

Неприводимое представление $SU(3)$ задаётся указанием двух чисел, соответствующих значениям C_2 и C_3 в этом представлении. Часто, однако, его задают просто указанием числа элементов базиса представления: 1 для синглета, 3 для триплета, 8 для октета и т. д. Используют также обозначения типа $\bar{3}$ или 3^* для антитриплета, т. е. для представления, сопряжённого к триплетному и имеющего, очевидно, столько же элементов в базисе.

Элемент базиса в определённом неприводимом представлении $SU(3)$ задаётся значениями двух диагональных генераторов (I_3 и I_8), тогда как в $SU(2)$ он задаётся одним числом (I_3). Кроме того, в $SU(3)$ возможно вырождение, т. е. одному и тому же выбору значений I_3 и I_8 могут отвечать два (или более) элемента базиса. Простейший пример этого вырождения приведён ниже в связи с унитарной симметрией.

Такое же вырождение встречается при разложении произведения двух неприводимых представлений в сумму по неприводимым представлениям (ряд Клебша — Гордана, см. *Клебша — Гордана коэффициенты*). Это разложение в группе $SU(3)$ может содержать одно и то же представление неск. раз, тогда как для группы $SU(2)$ ряд Клебша — Гордана содержит каждое представление не более одного раза. Простым примером является прямое произведение двух октетов, в разложении к-рого октетное представление появляется дважды.