ф-ция, взаимно однозначно отображающая связную Р. п. на одну из перечисленных.

Р. п. применяют в разл. областях теоретич. и матем. физики. В частности, в квантовой теории поля часто изучаемые величины (амплитуды рассеяния, формфакторы и т. д.) являются многозначными аналитич. ф-циями. При этом переход с одного листа Р. п. на другой обычно интерпретируют как переход от реальных состояний частиц к виртуальным и наоборот. Др. примерами могут служить плоскость Лобачевского и фазовые пространства *динамических систем*.

Лит. см. при ст. *Аналитическая функция*. *Б. И. Завьялов.*

РИМАНОВО ПРОСТРАНСТВО — пространство, точки к-рого однозначно задаются координатами $x = (x^1, ..., x^n)$ (быть может, локальными) и в к-ром определён *метрический тензор* g_{ij}. Число n наз. размерностью пространства. В случае, когда Р. п. не допускает введения единой системы координат (напр., её нет на сфере), предполагается, что на нём задана структура *многообразия*. Это означает, что Р. п. разбито на области $U_1, U_2, ...$, причём в каждой области U_p заданы свои координаты $x^1_p, ..., x^n_p$; требуется, чтобы для пересекающихся пар областей U_p, U_q координаты $x^1_p, ..., x^n_p$ гладко выражались через координаты $x^1_q, ..., x^n_q$ и наоборот. В каждой области U_p задаётся метрич. тензор $g^p_{ij}(x_p)$, причём на пересечении U_p и U_q компоненты g^p_{ij} и g^q_{kl} связаны тензорным законом преобразования:

$$g^p_{ij}[x_p(x_q)]\frac{\partial x^i_p}{\partial x^k_q}\frac{\partial x^j_p}{\partial x^l_q}=g^q_{kl}(x_q).$$

Простейшим примером Р. п. является *евклидово пространство*, где в прямоуг. координатах метрич. тензор $g_{ij}(x) = \delta_{ij}$ (δ_{ij} — *Кронекера символ*). Если тензор g_{ij} задаёт *индефинитную метрику*, то пространство наз. псевдоримановым. Простейшим примером таких пространств является четырёхмерное пространство-время специальной теории относительности (пространство Минковского). Геометрия Р. п. составляет предмет *римановой геометрии*. Псевдоримановы пространства изучаются общей *относительности теорией*.

Лит.: Фок В. А., Теория пространства, времени и тяготения, 2 изд., М., 1961; Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т., Современная геометрия, 2 изд., М., 1986. *Б. А. Дубровин.*

РИЧЧИ ТЕНЗОР — дважды ковариантный симметрический *тензор* $R_{ij}(x)$, служащий одной из характеристик кривизны *риманова пространства* (или псевдориманова пространства). Введён Г. Риччи (G. Ricci) в 1903—1904. Если g_{ij} — *метрический тензор* этого пространства, R^i_{jkl} — соответствующий *кривизны тензор*, то компоненты Р. т. определяются свёрткой:

$$R_{ij}=R^k_{ikj}=g^{kl}R_{likj},$$

где g^{kl} — контравариантные компоненты метрич. тензора. Свёртка $R = g^{ij}R_{ij}$ является скаляром (не зависит от выбора координат) и наз. скалярной кривизной. Для двумерных пространств справедливо соотношение $R_{ij} = (1/2)Rg_{ij}$; скалярная кривизна R связана с гауссовой *кривизной* соотношением $R = 2K$. Для трёхмерного пространства тензор кривизны выражается алгебраически через Р. т. и *метрику*:

$$R_{ijkl}=R_{ik}g_{jl}-R_{il}g_{jk}+R_{jl}g_{ik}-R_{jk}g_{il}+(R/2)(g_{il}g_{jk}-g_{ik}g_{jl}).$$

В общей *относительности теории* через Р. т. записываются ур-ния гравитац. поля. В пустом пространстве эти ур-ния принимают вид: $R_{ij} - (1/2)Rg_{ij} = 0$ или $R_{ij} = 0$; четырёхмерные римановы пространства, удовлетворяющие этому соотношению, наз. пространствами Эйнштейна. Скалярная кривизна R является плотностью *лагранжиана* Гильберта — Эйнштейна ур-ний общей теории относительности.

Лит.: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Теория поля, 7 изд., М., 1988; Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т., Современная геометрия, 2 изд., М., 1986. *Б. А. Дубровин.*

РККИ-ОБМЕННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ (взаимодействие Рудермана — Киттеля — Касуя — Иосиды) — *косвенное обменное взаимодействие* между магн. ионами, осуществляемое через коллективизиров. электроны проводимости. РККИ-о. в. возникает в металлах и полупроводниках, где коллективизиров. электроны проводимости выступают посредниками обменного взаимодействия (ОВ) ионов, обладающих локализов. спинами, незаполненных d- и f- оболочек. В частности, РККИ-о. в. наблюдаются в редкоземельных металлах и их сплавах. Благодаря сильной локализации электронов $4f$-оболочек перекрытие волновых ф-ций электронов соседних ионов слишком мало и прямое ОВ в таких веществах не может обеспечивать наблюдаемое магн. упорядочение.

Идея косвенного ОВ посредством коллективизиров. носителей магн. момента высказана М. Рудерманом и Ч. Киттелем [1] в работе, посвящённой теории *сверхтонкого взаимодействия*. Т. Касуя [2] и К. Иосида [3] предположили, что механизм возникновения эффективного ОВ между магн. моментами ионов аналогичен механизму возникновения эфф. взаимодействия между ядерными спинами.

Локализов. спин, погружённый в «облако» электронов проводимости, создаёт спиновую поляризацию этого облака, причём поляризация носит осциллирующий (в пространстве) характер. Спины электронов проводимости стремятся экранировать локализов. спин, подобно тому как заряд электронов стремится экранировать положит. заряд погружённого в их облако иона. Аналогично тому, как при экранировании положит. заряда в облаке электронов возникают довольно слабо затухающие с расстоянием осцилляции концентрации электронов, возникают и слабо затухающие осцилляции спиновой поляризации. Эти осцилляции воспринимаются другими локализов. спинами в той области пространства, где они локализованы, и в результате появляется осциллирующий потенциал взаимодействия между спинами.

Интеграл эффективного РККИ-о. в. можно рассчитать в рамках микроскопической $s-f$-обменной модели. Локализованные на ионах электроны частично заполненных оболочек описываются локализованными (атомными) волновыми ф-циями (f-подсистема), электроны проводимости описываются блоховскими функциями (s-подсистема) и наз. *блоховскими электронами*. Прямым $f-f$-ОВ можно пренебречь, т. к. расстояние между соседними ионами превышает радиус f-оболочки. Гамильтониан системы можно записать в виде

$$\mathcal{H}=\mathcal{H}_s+\mathcal{H}_{sf},$$

где $\mathcal{H}_s$ — гамильтониан подсистемы электронов проводимости, а $\mathcal{H}_{sf}$ — гамильтониан $s-f$-ОВ:

$$\mathcal{H}_{sf}=\sum_{i,n}I(\boldsymbol{r}_j-\boldsymbol{R}_n)(\boldsymbol{s}_j\boldsymbol{S}_n),$$

здесь $I(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{R}_n)$ — интеграл ОВ s-электрона со спином $\boldsymbol{s}_j$, находящегося в точке с радиусом-вектором $\boldsymbol{r}_j$, с f-электронами n-го иона, обладающего результирующим спином $\boldsymbol{S}_n$ и локализованного в точке с радиусом-вектором $\boldsymbol{R}_n$. Оценки величины I показывают, что $I \sim 10^{-14}-10^{-13}$ эрг, в то время как *ферми-энергия* для электронов проводимости $\mathscr{E}_F \sim 10^{-11} - 10^{-12}$ эрг, т. о., параметр $I/\mathscr{E}_F$ можно считать малым. Применив *возмущений теорию* по этому малому параметру, можно рассчитать эфф. интеграл ОВ. Поправка к энергии в