колебат. энергии остова и привести к ионизации молекулы, наз. **колебательной автоионизацией**. Процесс автоионизации возможен также за счёт вращения. Высоковозбуждённые Р. с. молекул обычно лежат так близко, что энергетич. интервал между ними бывает такого же порядка или даже меньше, чем квант колебат. или вращат. энергии молекулы. Поэтому часто разделение электронного и ядерного движений, принятое в приближении Борна — Оппенгеймера, для молекул в Р. с. становится непригодным.

Лит.: Герцберг Г., Электронные спектры и строение многоатомных молекул, пер. с англ., М., 1969; Ридберговские состояния атомов и молекул, под ред. Р. Стеббингса, Ф. Даннинга, пер. с англ., М., 1985. *М. Р. Алиев.*

РИМАНА ВОЛНЫ — нелинейные *волны* в гиперболич. системах вида

$$(v_i)_t+\sum_{j=1}^{n}a_{ji}(v_k)(v_j)_x+b_i(v_k)=0, \qquad (1)$$

где v_i — набор n вещественных переменных; коэффициенты a_{ji} и b_i могут не только зависеть от переменных v_k, но также явно зависеть от x и t. Система (1) является гиперболической, если ур-ние для характеристич. скоростей, $\det(a_{ij}-c\delta_{ij})=0$, имеет n веществ. корней $C^{(\mu)}$, $\mu=1,\ldots,n$. Каждой характеристич. скорости соответствует характеристика на плоскости (x,t), ур-ние к-рой $dx/dt=C^{(\mu)}$. Вдоль каждой характеристики волновые поля эволюционируют согласно ур-ниям

$$\sum_{i=1}^{n}l_i^{(\mu)}(v_k)\frac{dv_i}{dt}+\sum_{i=1}^{n}l_i^{(\mu)}(v_k)b_i(v_k)=0, \qquad (2)$$

где $l_i^{(\mu)}(v_k)$ — собств. векторы матрицы a_{ij}, соответствующие её собств. значениям $\lambda^{(\mu)}$.

В том случае, когда для каждого значения μ можно найти ф-цию $r^{(\mu)}$ такую, что $\sum_{i=1}^{n}l_i^{(\mu)}(v_k)dv_i\equiv dr^{(\mu)}$, ур-ния (2) упрощаются:

$$\frac{dr^{(\mu)}}{dt}+\sum_{i=1}^{n}l_i^{(\mu)}(r^{(\nu)})b_i(r^{(\nu)})=0. \qquad (3)$$

В частности, если $b_i=0$, каждая величина $r^{(\mu)}$ сохраняется вдоль соответствующей характеристики; в этом случае величины $r^{(\mu)}$ наз. **инвариантами Римана**. Инварианты Римана всегда можно ввести, если $n=2$, а также для линейных систем (1). В случае $n\geqslant 3$ инварианты Римана существуют только при выполнении специальных ограничений на производные матрицы $a_{ij}(v_k)$. Инварианты впервые были введены Б. Риманом (B. Riemann) в 19 в. при рассмотрении ур-ний газовой динамики. В общем случае, когда $b_i\neq 0$, величины $r^{(\mu)}$ наз. переменными Римана.

Следует отметить, что Р. в. существуют, вообще говоря, в течение ограниченного времени из-за пересечения характеристик, определяемых начальными условиями (см. *Самовоздействие волн*).

Лит.: Уизем Дж., Линейные и нелинейные волны, пер. с англ., М., 1977. *Б. А. Маломед.*

РИМАНА ТЕНЗОР — то же, что *кривизны тензор*.

РИМАНОВА ГЕОМЕТРИЯ — геометрия *риманова пространства*. Осн. понятия Р. г. являются обобщением понятий евклидовой геометрии на пространства с произвольным *метрическим тензором* g_{ij}.

Скалярное произведение касательных векторов $\xi=(\xi^1,\ldots,\xi^n)$, $\eta=(\eta^1,\ldots,\eta^n)$ в точке x определяется ф-лой $(\xi,\eta)=g_{ij}(x)\xi^i\eta^j$. Это позволяет определить длины векторов ($|\xi|=\sqrt{(\xi,\xi)}$) и углы между векторами в данной точке. Длина (s) кривой, $x^i=x^i(t)$, $i=1,\ldots,n$; $a\leqslant t\leqslant b$, определяется ф-лой

$$s=\int_a^b|\dot{x}|\,dt,$$

где $\dot{x}=(\dot{x}^1,\ldots,\dot{x}^n)$ — вектор скорости.

Расстояние $\rho(x,y)$ между точками x и y определяется как минимум длин кривых, соединяющих точки x и y. Ф-ция $\rho(x,y)$ задаёт *метрику* в римановом пространстве.

Объём области U риманова пространства определяется ф-лой

$$V(U)=\int_U\sqrt{\det(g_{ij})}\,dx^1\ldots dx^n.$$

На k-мерной поверхности, заданной в римановом пространстве в параметрич. виде, $x^i=x^i(u^1,\ldots,u^k)$, $i=1,\ldots,n$, возникает метрич. тензор

$$h_{\alpha\beta}=\frac{\partial x^i}{\partial u^\alpha}\frac{\partial x^j}{\partial u^\beta}g_{ij},\ \ \alpha,\beta=1,\ldots,k,$$

наз. **первой квадратичной формой** поверхности. Длины кривых, углы и объёмы k-мерных областей на поверхности вычисляются в терминах **внутренней геометрии**, т. е. через первую квадратичную форму. Р. г. двумерных поверхностей в трёхмерном евклидовом пространстве широко применяется в механике оболочек. Большое внимание уделяется изучению минимальных поверхностей, т. е. экстремалей функционала k-мерного объёма. Простейшей их физ. реализацией (при $k=2$) являются мыльные плёнки. Считается, что двумерные минимальные поверхности в пространстве Минковского описывают классич. динамику *струны релятивистской*.

Дифференц. исчисление *тензоров* в римановом пространстве основано на введении симметричной *связности*, согласованной с метрикой g_{ij}. Её *Кристоффеля символы* имеют вид

$$\Gamma^k_{ij}=\frac{1}{2}g^{kl}\left(\frac{\partial g_{il}}{\partial x^j}+\frac{\partial g_{jl}}{\partial x^i}-\frac{\partial g_{ij}}{\partial x^l}\right).$$

Кривизны тензор R_{ijkl} этой связности определяет *кривизну* риманова пространства, характеризующую его отличие от евклидова.

Движения риманова пространства определяются как преобразования, сохраняющие метрику. Однопараметрич. группы движений определяются в **е к т о р н ы м и полями Киллинга** $\xi^i(x)$, удовлетворяющими соотношениям: $\nabla_i\xi_j+\nabla_j\xi_i=0$, где $\xi_i=g_{ik}\xi^k$, ∇_i — *ковариантная производная*. Сдвиги вдоль траекторий системы, $\dot{x}^i=\xi^i(x)$, $i=1,\ldots,n$, определяют движения пространства. Движения n-мерного риманова пространства образуют группу Ли, размерность к-рой не превосходит $n(n-1)/2$. Для общих римановых пространств эта группа тривиальна; примерами пространств с группой движений макс. размерности служат евклидово пространство, сфера (метрика $g_{ij}=4\delta_{ij}[1+\Sigma(x^i)^2]^2$, δ_{ij} — *Кронекера символ*), пространство Лобачевского (метрика $g_{ij}=4\delta_{ij}[1-\Sigma(x^i)^2]^2$. Если группа движений достаточно богата, так что с помощью движения любую точку x можно перевести в заданную точку y, то риманово пространство наз. однородным. Если для любой точки существует движение, являющееся симметрией пространства с центром в этой точке, то однородное пространство наз. **симметрическим**. Локально симметрические пространства выделяются условием постоянства кривизны, $\nabla_s R_{ijkl}=0$. Теория симметрических и римановых однородных пространств сочетает применение Р. г. и методов теории групп Ли. Идеи и методы этой теории используются при изучении однородных *космологических моделей* общей теории относительности.