

жание цвета). Калибровочные теории на решётке обсуждались независимо также Ф. Вегнером (F. Wegner, 1971) и А. М. Поляковым (1974). Гамильтонов метод для КХД на решётке разработан Дж. Когутом (J. Kogut) и Л. Саскиндом (L. Susskind) в 1975. Численное изучение свойств решёточных калибровочных теорий было инициировано работой А. А. Мигдала (1975). Методика вычислений по методу Монте-Карло разработана Л. Джейкобсом (L. Jacobs), М. Кройцем (M. Creutz) и К. Ребби (C. Rebbi) в 1979. В основном расчёты методом Монте-Карло в КХД проводились в т. н. приближении валентных кварков, когда пренебрегают рождением из вакуума виртуальных кварк-антикварковых пар. Выполнены также расчёты, к-рые свидетельствуют о том, что учёт виртуальных кварк-антикварковых пар не меняет существенно большинства результатов, полученных в этом приближении.

В приближении валентных кварков было показано (М. Кройц, 1979), что конфайнмент кварков, имеющий место в области сильной связи, остаётся и при уменьшении шага решётки; проводились вычисления зависимости потенциала между тяжёлыми кварками от расстояния между ними, значения масштабного массового параметра КХД, спектра масс глоболов с разл. квантовыми числами, величин вакуумных конденсатов, масс разл. мезонов и барнионов и нек-рых констант, описывающих их распады. Особое место занимают вычисления в КХД при конечной темп-ре, где были рассчитаны значение темп-ры (ок. $2,5 \cdot 10^{12}$ К), при к-рой конфайнмент исчезает и происходит фазовый переход от адронов к кварк-глюонной пасте, температурная зависимость плотности энергии системы и её кол-во, поглощаемое при фазовом переходе, а также значение темп-ры, при к-рой разрушается кварковый конденсат.

Хотя вычисленные в КХД методом Монте-Карло значения физ. величин и находятся в согласии с опытом (когда такое сравнение можно провести), неопределённость расчётов пока довольно велика, напр. для масс адронов она превышает $100 \text{ МэВ}/c^2$. Ведутся работы, направленные на то, чтобы уменьшить эту неопределённость за счёт уменьшения статистич. погрешности, увеличения размера решётки и учёта вклада виртуальных кварков. В частности, создаются процессоры, специально предназначенные для выполнения численных расчётов в КХД.

Лит.: Wilson K. G., Confinement of quarks, «Phys. Rev.», 1974, v. D10, p. 2445; Creutz M., Jacobs L., Rebbi C., Monte-Carlo computations in lattice gauge theories, «Phys. Repts», 1983, v. 95, p. 201; Kogut J., The lattice gauge theory approach to quantum chromodynamics, «Rev. Mod. Phys.», 1983, v. 55, p. 775; Макеенко Ю. М., Метод Монте-Карло в калибровочных теориях на решетке, «УФН», 1984, т. 143, в. 2, с. 161; Кройц М., Кварки, глюоны и решетки, пер. с англ., М., 1987.

РЕШЕТОЧНАЯ ТЕПЛОЕМОСТЬ — теплоёмкость твёрдого тела, обусловленная атомной подсистемой, в частности кристаллич. решёткой. Р. т. является частью теплоёмкости твёрдого тела. Термин «Р. т.» может относиться не только к идеальным кристаллам, но и к кристаллам с дефектами решётки или примесями, к некристаллич. твёрдым телам (аморфным веществам, стёклам).

Различие между Р. т. при пост. давлении (C_p) и при пост. объёме (C_v) мало: $C_p - C_v \ll C_v$. При $T = 0 \text{ К}$ это является следствием теоремы Нернста (см. Третье начало термодинамики), а при произвольных T обусловлено малостью тепловой энергии (kT) относительно энергии связи атомов в твёрдом теле. Величина и температурная зависимость Р. т. C определяются энергетич. спектром (\mathcal{E}_i) колебаний атомной подсистемы (см. Колебания кристаллической решётки):

$$C = \frac{dQ}{dT} = T \frac{\partial S}{\partial T}, \quad S = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V, \\ F = -kT \ln \sum_i \exp(-\mathcal{E}_i/kT). \quad (1)$$

Здесь S — энтропия, F — Гельмгольца энергия. Величина $\partial S/\partial T$ вычисляется при пост. давлении либо при пост. объёме, в зависимости от того, какая из величин C_p или C_v подлежит определению.

Спектр колебаний атомной подсистемы зависит от её хим. состава и структуры и для реальных твёрдых тел сложен. Теория Р. т. основана на упрощающих предположениях о виде колебат. спектра. При высоких T , когда возбуждены все $3N$ степеней свободы твёрдого тела, содержащего N атомов, из теоремы о равномерном распределении энергии следует, что на каждую колебат. степень свободы приходится энергия kT , и потому $C = 3Nk$. Этот результат соответствует эксперим. данным для простых кристаллич. решёток (элементы и простые соединения, см. Дюлонга и Пти закон). Для сложных соединений предельное значение $C = 3Nk$ с повышением T обычно не достигается, т. к. раньше происходит их плавление или разложение.

При понижении темп-ры Р. т. убывает, благодаря «вымораживанию» колебаний с энергиями $\mathcal{E}_i \gg kT$. Простейшей моделью, описывающей этот процесс, является модель Эйнштейна, в к-рой всем степеням свободы твёрдого тела сопоставляются одноименные гармонич. осцилляторы с частотой ω_0 . В этом случае

$$C = 3Nk \left(\frac{\theta_0}{T} \right)^2 \left(\text{sh} \frac{\theta_0}{T} \right)^{-2}. \quad (2)$$

Величину $\theta_0 = \hbar\omega_0/k$ называют Эйнштейна температурой.

В области низких T играют роль лишь колебания с малыми энергиями $\mathcal{E}_i \sim kT$, т. е. с малыми частотами $\omega_i = \mathcal{E}_i/\hbar - kT/\hbar$. Это звуковые колебания, длина волны к-рых заметно превышает постоянную решётки a при условии $T \ll \hbar u/ka$, где u — скорость звука. Число длинноволновых звуковых колебаний в интервале частот $d\omega$ в объёме V трёхмерного кристалла равно

$$g(\omega)V d\omega = \frac{3\omega^2}{2\pi^2} V d\omega, \quad (3)$$

где \bar{u} — среднее по различным кристаллографич. направлениям, g — плотность распределения колебаний по частотам. С учётом (3) из (1) следует:

$$C = \frac{2\pi^2}{5(\hbar\bar{u})^3} kT^3 V. \quad (4)$$

Р. т., пропорциональная T^3 , наблюдается при низких темп-рах для многих твёрдых тел (см. Дебая закон теплоёмкости). Этот закон фактически начинает выполняться при $T \ll 10 \text{ К}$ для простых решёток и при значительно меньших T для тел со сложной решёткой.

Интерполяция между пределами низких и высоких темп-р в кристаллах даёт Дебая теорией твёрдого тела. Она основана на предположении, что частоты распределены по закону (3) на всём протяжении спектра, к-рый обрывается при нек-рой максимальной дебаевской частоте $\omega_D = \bar{u}(6\pi^2 N/V)^{1/3}$. При этом соотношение (1) даёт:

$$C = 3Nk \left[D \left(\frac{\theta_D}{T} \right) - \frac{\theta_D}{T} D' \left(\frac{\theta_D}{T} \right) \right], \quad (5)$$

где $\theta_D = \hbar\omega_D/k$ — Дебая температура, $D(x) = 3x^{-3} \int_0^x (e^z - 1)^{-1} dz$ — функция Дебая (рис. 1). Критерием применимости этой теории для Р. т. является соотношение T и $\theta_D/4$: Р. т. можно считать постоянной при $T \gg \theta_D/4$ и пропорциональной T^3 при $T \ll \theta_D/4$. Ф-ла (5) передаёт ход $C(T)$ лишь для простых решёток; к телам с более сложной

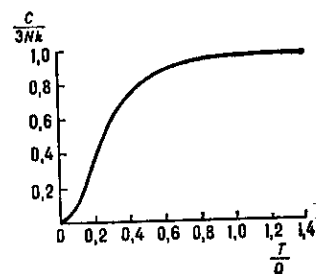


Рис. 1. Зависимость решёточной теплоёмкости от температуры в модели Дебая.