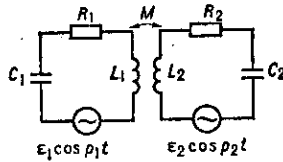


$$\begin{aligned} L_1 \ddot{q}_1 + M \ddot{q}_2 + R_1 \dot{q}_1 + C_1^{-1} q_1 &= E_1 \cos p_1 t, \\ L_2 \ddot{q}_2 + M \ddot{q}_1 + R_2 \dot{q}_2 + C_2^{-1} q_2 &= E_2 \cos p_2 t. \end{aligned} \quad (2)$$

Индуктивная связь приводит к тому, что колебания в отд. контурах не могут происходить независимо друг от друга. Однако для любой колебат. системы с неск.

Рис. 4. Колебательная система с двумя степенями свободы — пара контуров со связью за счёт взаимной индукции.



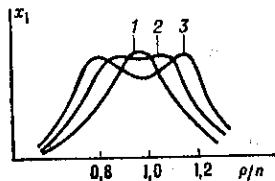
степенями свободы можно найти нормальные координаты, к-рые являются линейными комбинациями независимых переменных. Для нормальных координат система ур-ний, подобная (2), преобразуется в цепочку ур-ний для вынужденных колебаний такого же вида, как для одиночных колебат. контуров, с тем отличием, что воздействие на каждую из нормальных координат оказывают силы, приложенные, вообще говоря, в разных частях совокупной колебат. системы. При рассмотрении законов движения в нормальных координатах справедливы все закономерности Р. в системах с одной степенью свободы.

Резонансное нарастание колебаний происходит во всех частях колебат. системы на одних и тех же частотах (рис. 5), равных частотам собств. колебаний системы. Нормальные частоты не совпадают с парциальными, т. е. с собств. частотами осцилляторов, входящих в совокупную систему. Если частота сторонней силы равна одной из парциальных частот, то в совокупной системе Р. не наступает. Напротив, в этом случае амплитуды вынужденных колебаний достигают минимума, аналогично случаю антирезонанса в системе с одной степенью свободы. Возможность подавления колебаний, частота к-рых равна одной из парциальных, используется в электрич. фильтрах и успокоителях механич. колебаний.

Рис. 5. Резонансные кривые для системы с двумя степенями свободы при силовом воздействии $\varepsilon_1 \neq 0, \varepsilon_2 = 0$; ω_1, ω_2 — нормальные частоты; n_1, n_2 — парциальные частоты.

В системе, состоящей из слабо связанных осцилляторов с одинаковыми парциальными частотами, резонансные максимумы, отвечающие близким нормальным частотам, могут сливаться, так что частотная характеристика имеет один максимум (рис. 6). Увеличение связи

Рис. 6. Резонансные кривые двухконтурной колебательной системы при $\gamma Q = 1(1), \sqrt{2}(2)$ и $2(3)$; $\gamma = M/L, L_1 = L_2$.



между осцилляторами приводит к росту интервала между нормальными частотами системы. Изменение формы резонансных кривых при увеличении коэф. связи иллюстрирует рис. 6. Система осцилляторов при связи, близкой к критической, имеет частотную характеристи-

ку, уплощённую вблизи Р., причём крутизна её склонов выше, чем у одиночного осциллятора с таким же уровнем потерь. Это свойство обычно используется для создания полосовых электрич. фильтров.

Резонанс в распределённых колебательных системах. В распределённых системах (см. Система с распределёнными параметрами) амплитуда и фаза колебаний зависят от пространственных координат. Линейные распределённые колебат. системы характеризуются набором нормальных частот и собств. ф-ций, к-рые описывают пространственное распределение амплитуд собств. колебаний. Резонансные свойства (добротность) распределённых систем определяются не только собств. затуханием, но и связью с окружающей средой, в к-рую происходит излучение части энергии колебаний (электрич., упругих и др.). В распределённых системах, обладающих высокой добротностью ($Q \gg 1$), вынужденные колебания представляют собой стоячие волны, пространственное распределение амплитуд к-рых является суперпозицией собств. ф-ций (мод), а фаза колебаний одинакова во всех точках. Действие сторонних сил с частотами, близкими к собственным, ведёт к резонансному нарастанию амплитуды вынужденных колебаний во всех точках объёма распределённой резонансной системы (резонатора).

В распределённых системах сохраняют силу все общие свойства Р. Особенностью Р. в распределённых системах (равно как и в системах с неск. степенями свободы) является зависимость амплитуд вынужденных колебаний не только от частоты, но и от пространственного распределения вынуждающей силы. Р. наступает, если пространственное распределение внеш. силы портит форму собств. ф-ции, а частота равна соответствующей нормальной частоте. При неблагоприятном пространственном распределении сторонней силы вынужденные колебания не возбуждаются. Это происходит, в частности, тогда, когда сосредоточенная сила прикладывается в точках, для к-рых амплитуда соответствующего нормального колебания обращается в нуль. Так, прикладывая сосредоточенную силу в точке, являющейся узловой для перемещений струны, невозможно возбудить её колебания, поскольку работа силы будет равна нулю. Если распределение сил таково, что работа, совершаемая ими в разл. частях системы, имеет противоположные знаки и в целом не приводит к изменению энергии, вынужденные колебания также не возбуждаются.

Резонанс в нелинейных колебательных системах. В упругих системах нелинейным элементом является пружина, для к-рой связь между деформацией и упругой силой нелинейна, т. е. нарушается закон Гука. В электрич. системах примером нелинейного диссипативного элемента является диод, вольт-амперная характеристика к-рого не подчиняется закону Ома. Нелинейными реактивными (энергетическими) элементами являются конденсаторы с сегнетоэлектриком или катушки индуктивности с ферритовыми сердечниками. Параметры этих элементов — ёмкость, индуктивность, сопротивление, а также собств. частоту и коэф. затухания в нелинейных системах можно считать ф-циями тока или напряжения. При этом в нелинейных системах не выполняется суперпозиции принцип.

В нелинейных системах гармонич. сила возбуждает негармонич. колебания, в спектре к-рых имеются кратные частоты, поэтому Р. на гармониках происходит в при синусоидальной внеш. силе. В колебат. системах, обладающих достаточно высокой добротностью и частотной избирательностью, наиб. амплитуду имеет та спектральная компонента, частота к-рой близка к частоте Р. Рассматривая лишь колебания с частотой, близкой к резонансной, можно и в этом случае получить семейство резонансных кривых. Для системы с нелинейными реактивными (энергетическими) элементами при $p \approx \omega_0$ эти кривые изображены на рис. 7. Форма резонансной кривой зависит от амплитуды вынуждающей