Регуляризация обрезанием состоит во введении конечного верхнего предела $\Lambda$ (называемого также импульсом обрезания) при интегрировании по 4-импульсам виртуальных частиц. Так, напр., фейнмановский интеграл, отвечающий простей-

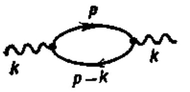

Диаграмма вакуумной поляризации фотона; $k$, $p$, $p-k$ — 4-импульсы соответственно фотона и виртуальных электрона и позитрона.

шей, однопетлевой, диаграмме поляризации вакуума (рис.) в квантовой электродинамике

$$\Pi^{\mu\nu}(k)=(i/\pi^2)\int d^4p\ \mathrm{Sp}\ \{\gamma^\mu S^c(p)\gamma^\nu S^c(p-k)\}, \qquad (1)$$

при регуляризации обрезанием принимает вид

$$\mathrm{reg}_\Lambda\ \Pi^{\mu\nu}(k)=(i/\pi^2)\int\limits_{|p|<\Lambda} d^4p\ \mathrm{Sp}\ \{\gamma^\mu S^c(p)\gamma^\nu S^c(p-k)\}, \quad (2)$$

где символ $|p|<\Lambda$ под знаком интеграла обозначает, что по всем четырём компонентам 4-импульса $p$ интегрирование проводится в пределах от $-\Lambda$ до $+\Lambda$. В приведённых ф-лах $\Pi^{\mu\nu}$ — *поляризационный оператор*, $\gamma^\mu$ — *Дирака матрицы* ($\mu=0, 1, 2, 3$), $S^c(p)$ — пропагатор электрона в импульсном представлении (см. *Фейнмана диаграммы*).

Вычисление по ф-ле (2) с помощью стандартной техники даёт явное выражение, к-рое в пределе больших (по сравнению с массой электрона $m$ и модулем внеш. импульса $k=\sqrt{k^2}$) значений $\Lambda$ имеет вид

$$\mathrm{reg}_\Lambda\ \Pi^{\mu\nu}(k)=P^{\mu\nu}(k,\Lambda)+\tilde{\Pi}^{\mu\nu}(k), \qquad (3)$$

где $P^{\mu\nu}$ — полином 2-й степени по компонентам 4-вектора $k^\nu$ с коэф., пропорц. $\Lambda^2$ и $\ln(\Lambda^2)$, а $\tilde{\Pi}^{\mu\nu}$ — конечная ф-ция от $k^\mu$ и $m^2$. Её явный вид несуществен. Отметим лишь, что при больших $k^2$ она имеет логарифмич. асимптотику

$$\tilde{\Pi}^{\mu\nu}(k)\backsim(g^{\mu\nu}k^2-k^\mu k^\nu)\ \frac{1}{3}\ln k^2, \qquad (4)$$

где $g^{\mu\nu}$ — метрич. тензор пространства-времени Минковского. Представление (3) оказывается удобным для проведения *перенормировки*, т. е. устранения бесконечностей. Результативно она сводится к вычитанию из правой части (3) первого, сингулярного в пределе $\Lambda\to\infty$ слагаемого. Поскольку разбивание $\mathrm{reg}_\Lambda\Pi$ на слагаемые $P$ и $\tilde{\Pi}$ содержит произвол, то возникает вопрос о степени однозначности определения конечной части $\tilde{\Pi}^{\mu\nu}$ поляризац. оператора. Одно из условий, к-рому должно удовлетворять $\tilde{\Pi}$,— условие поперечности $k_\mu\tilde{\Pi}^{\mu\nu}(k)=0$, вытекающее из требования *калибровочной инвариантности*. Это условие диктует тензорную структуру матрицы $\tilde{\Pi}$:

$$\tilde{\Pi}^{\mu\nu}(k)=(g^{\mu\nu}k^2-k^\mu k^\nu)\pi(k^2), \qquad (5)$$

где $\pi(k^2)$ — нек-рая скалярная ф-ция от $k^2$. Как можно показать, после этого остаётся ещё однопараметрич. произвол, к-рый, напр., можно фиксировать условием $\pi(0)=0$.

Регуляризация Паули — Вилларса представляет собой специфическую модификацию одночастичного пропагатора. Её простейший вариант сводится к вычитанию из пропагатора $\Delta_m$ для нек-рого квантового поля массой $m$ такого же пропагатора, но соответствующего большой фиктивной массе $M$: $\Delta_m\to\mathrm{reg}_M\Delta_m=\Delta_m-\Delta_M$. Так, напр., в импульсном представлении для скалярного поля

$$\mathrm{reg}\ D_m(p)=\frac{1}{m^2-p^2}-\frac{1}{M^2-p^2}=\frac{1}{m^2-p^2}\left(\frac{M^2-m^2}{M^2-p^2}\right). \qquad (6)$$

Как видно, Р. р. Паули — Вилларса существенно меняет поведение пропагаторов в УФ-области при $p^2\to\infty$ или, что эквивалентно, в окрестности светового конуса [где регуляризация типа (6) убирает наиб. сильные, не зависящие от массы сингулярности по переменной $x^2$].

В квантовой электродинамике в целях сохранения калибровочной инвариантности применяют особый вариант Р. р. Паули—Вилларса, при к-ром замкнутые электронные циклы регуляризуют как целое. Так, напр., при Р. р. диаграммы, изображённой на рис., подинтегральное выражение в правой части (1) регуляризуют целиком, т. е. путём вычитания из него аналогичного выражения, в к-ром в пропагаторах $S^c$ вместо массы электрона $m$ стоит большая вспомогат. масса $M$. Такая процедура приводит к выражению, к-рое в пределе больших значений регуляризующей массы $M$ имеет структуру, подобную (3), причём вместо первого слагаемого в правой части стоит полином $\underset{M}{P^{\mu\nu}}(k)$ 2-й степени по $k$ с коэф., сингулярно зависящими от $M$.

Размерная регуляризация состоит в таком изменении правил интегрирования по виртуальным импульсам, к-рое формально соответствует переходу к нецелому числу измерений $D=4-\varepsilon$, отличному от 4 на бесконечно малую величину $\varepsilon$:

$$\mathrm{reg}_\varepsilon\Pi^{\mu\nu}(k)=i/\pi^2\int d^{4-\varepsilon}p\ \mathrm{Sp}\ \{\gamma^\mu S^c(p)\gamma^\nu S^c(p-k)\}. \qquad (7)$$

Не вдаваясь в техн. детали, отметим, что результат интегрирования (7) в пределе $\varepsilon\to 0$ представим в виде (3), где вместо первого слагаемого правой части стоит полином $\underset{\varepsilon}{P^{\mu\nu}}$ с коэф., содержащими сингулярности типа $1/\varepsilon$. Техн. преимущество размерной Р. р. состоит в том, что она сохраняет свойства симметрии и соответствующей инвариантности нерегуляризованных выражений. В используемом примере речь идёт о калибровочной инвариантности эл.-магн. поля. Результат явного вычисления выражения (7) удовлетворяет свойству поперечности, т. е. размерно регуляризованный поляризац. оператор пропорционален поперечному тензору: $\mathrm{reg}_\varepsilon\Pi^{\mu\nu}\sim(g^{\mu\nu}k^2-k^\mu k^\nu)$, в то время как выражение (2) этим свойством не обладает.

*Лит.:* Pauli W., Villars F., On the invariant regularization in relavistic quantum theory, «Rev. Mod. Phys.», 1949, v. 21, p. 434; 't Hooft G., Veltman M., Regularization and renormalization of gauge fields, «Nucl. Phys.», 1972, v. B44, p. 189; Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В., Квантовые поля, М., 1980, § 23.

*Д. В. Ширков.*

**РЕДЖЕ ПОЛЮСОВ МЕТОД** (метод комплексных угловых моментов) в квантовой механике и квантовой теории поля (КТП) — теоретич. подход, позволяющий связать асимптотику *амплитуд рассеяния* частиц при высоких энергиях с особенностями парциальных амплитуд $f_j(t)$ перекрёстного ($t$) канала (см. *Перекрёстная симметрия*) в плоскости комплексного угл. момента $j$.

Аналитич. продолжение парциальных амплитуд из области физ. значений угл. момента $j=0, 1, 2, \ldots$ на комплексные значения впервые было использовано Т. Редже [1] при изучении свойств амплитуд рассеяния в нерелятивистской квантовой механике. Наиб. распространение Р. п. м. получил в теории взаимодействия частиц при высоких энергиях [2], где при его выводе [3] используются такие общие свойства амплитуд рассеяния в КТП, как аналитичность, перекрёстная симметрия и унитарность. Исследование двухчастичного условия унитарности в $t$-канале показывает, что амплитуды $f_j(t)$ должны иметь полюсы в $j$-плоскости, положение к-рых зависит от переменной $t$ (квадрата переданного в рассеянии 4-импульса),— движущиеся полюсы, или полюсы Редже. Вблизи полюса парциальная амплитуда $f_j(t)$ имеет вид

$$f_j(t)=\frac{\gamma(t)}{j-\alpha(t)}, \qquad (1)$$

где $\alpha(t)$ — траектория полюса Редже (траектория Редже), а $\gamma(t)$ — его вычет. Каждый полюс Редже обладает