

типа контактов со средой (напр., теплового контакта с термостатом, обмена с ним веществом). Изоляция осуществляется обычно при помощи неподвижных стенок, непроницаемых для вещества (возможны также случаи подвижных стенок и полупроницаемых перегородок). Если стенки не проводят теплоты (как, напр., в сосуде Дьюара), то изоляция наз. адабатической. При теплопроводящих (диатермических) стенах между системой и внеш. средой, пока не установилось Р. т., возможен теплообмен. При полупроницаемых для вещества стенах Р. т. наступает, когда в результате обмена веществом между системой и внеш. средой выравниваются хим. потенциалы среды и системы. Переход системы в Р. т. наз. релаксацией.

Одно из условий Р. т.— механич. равновесие, при к-ром невозможны никакие макроскопич. движения частей системы, но поступат. движение и вращение системы как целого допустимы. В отсутствие внеш. полей и вращения системы условием её механического равновесия является постоянство давления во всём объёме системы. Др. необходимые условия Р. т.— постоянство темп-ры и хим. потенциала в объёме системы, они определяют термическое и химическое равновесие системы.

Достаточные условия Р. т. (условия устойчивости) могут быть получены из второго начала термодинамики; к ним, напр., относятся: возрастание давления при уменьшении объёма (при пост. темп-ре) и положит. значение теплопёмкости при пост. давлении. В общем случае система находится в Р. т. тогда, когда термодинамич. потенциал системы, соответствующий независимым в данных условиях переменным, минимален (см. Потенциалы термодинамические), а энтропия— максимальна.

Лит.: Леонтьев М. А., Введение в термодинамику, 2 изд., М.—Л., 1952; Кубо Р., Термодинамика, пер. с англ., М., 1970; Министер А., Химическая термодинамика, пер. с нем., М., 1971.

Д. Н. Зубарев.

**РАВНОВЕСИЯ СОСТОЯНИЕ** динамической системы — состояние динамической системы, к-ре не изменяется во времени. Р. с. может быть устойчивым, неустойчивым и безразлично-устойчивым. Движение системы вблизи равновесия (при малом от него отклонении) существенно различается в зависимости от характера (типа) Р. с. В случае систем с одной степенью свободы, если Р. с. устойчиво, то при малом возмущении (отклонении) система возвращается к нему, совершая затухающие колебания (на фазовой плоскости такому движению соответствует устойчивый фокус — рис. 1, а) или двигаясь апериодически (устойчивый узел — рис. 2, а). Вблизи неустойчивого Р. с. малые отклонения системы нарастают, при этом система совершает колебания (неустойчивый фокус — рис. 1, б) или движется апериодически (неустойчивый узел —

Рис. 1. Поведение траекторий в окрестности устойчивого (а) и неустойчивого (б) фокусов; здесь  $n = 2$ ,  $\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\omega$ ;  $\alpha < 0$  (а) и  $\alpha > 0$  (б).

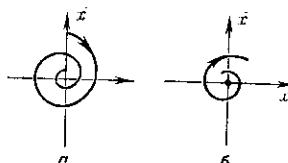


Рис. 2. Траектории в окрестности устойчивого (а) и неустойчивого (б) узлов;  $\lambda_2 < \lambda_1 < 0$  (а),  $0 < \lambda_1 < \lambda_2$  (б).

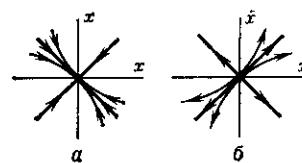


рис. 2, б); вблизи седлового Р. с. (рис. 3) возможно вначале приближение к Р. с., а затем уход от него. Наконец, в случае безразлично-устойчивого Р. с. (центр, рис. 4) малые отклонения приводят к незату-

хающим колебаниям вблизи Р. с. Для систем с неск. степенями свободы движение системы вблизи Р. с. может быть более сложным и существенно зависит от характера начального отклонения.

Рис. 3. Состояние равновесия типа «седло».

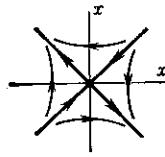
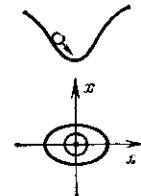


Рис. 4. Замкнутые траектории в окрестности точки типа «центр».



Движение динамич. системы вблизи Р. с. чаще всего описывается линеаризов. ур-ниями, имеющими решение в виде сумм экспонент  $a_i \exp(\lambda_i t)$  с комплексными (в общем случае) характеристич. показателями  $\lambda_i$  — корнями характеристич. ур-ния:

$$\det(A - \lambda E) = 0,$$

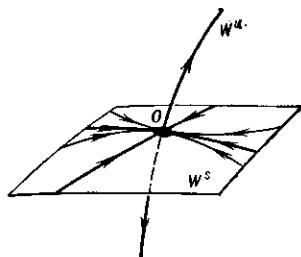
где  $A = \partial X_i(x_*) / \partial x_j$ , а  $X_i$  — правая часть дифференц. ур-ний, описывающих исследуемую систему:

$$dx_i / dt = X_i;$$

$x_*$  — решение, отвечающее равновесию,  $X(x_*) = 0$ . Если  $\operatorname{Re}\lambda_k < 0$  ( $\operatorname{Re}\lambda_k > 0$ ), то Р. с. асимптотически устойчиво (неустойчиво) и через все точки в окрестности  $x_*$  проходят траектории, стремящиеся к  $x_*$  при  $t \rightarrow \infty$  ( $t \rightarrow -\infty$ ), — рис. 1.

Если  $\operatorname{Re}\lambda_k < 0$ ,  $k = 1, \dots, m$ ,  $\operatorname{Re}\lambda_j > 0$ ,  $j = m+1, \dots, n$ , то Р. с. — «седло»; траектории, стремящиеся к нему при  $t \rightarrow \infty$  ( $t \rightarrow -\infty$ ), лежат на устойчивом (неустойчивом) многообразии — многомерной сепаратрисе размерности  $m$  ( $n-m$ ) — рис. 5.

Рис. 5. «Седло» в трёхмерном фазовом пространстве;  $\lambda_2 < \lambda_1 < 0$ ,  $\lambda_1 > 0$ ;  $W^s$  — двумерное устойчивое,  $W^u$  — одномерное неустойчивое многообразия.



В консервативных (в частности, гамильтоновых) динамич. системах устойчивыми (по Ляпунову) могут быть лишь Р. с. с чисто мнимыми или нулевыми  $\lambda_k$ . Напр., не затухающие колебания шарика в «потенциальной яме» (рис. 4) описываются движением точки по замкнутой траектории в окрестности Р. с. типа «центр», для к-рого  $\lambda_{1,2} = \pm i\omega$ .

Если динамич. система зависит от параметра, то (даче и в неконсервативном случае) при его изменении  $\operatorname{Re}\lambda_k$  может обратиться в нуль, и тогда Р. с. может претерпевать бифуркации, связанные с потерей (приобретением) устойчивости или с изменением размерности его сепаратрис (см. также Устойчивость движения).

Лит.: Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э., Теория колебаний, 3 изд., М., 1981; Батин Н. Н., Леонтьев Е. А., Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости, М.,