Действие операторов Q_i, P_i задаётся ф-лами

$$Q_i\varphi(x)=x_i\varphi(x),\quad P_i\varphi(x)=-i\hbar\frac{\partial}{\partial x_i}\varphi(x)$$

и, вообще говоря, выводит ф-ции из L^2. Хорошо определены эти операторы на множестве D бесконечно дифференцируемых ф-ций, убывающих на бесконечности быстрее любой степени: действие Q_i, P_i и любых их целых положит. степеней не выводит из D. В D легко проверяется самосопряжённость операторов и неприводимость их представления (т. е. что любой коммутирующий с Q_i и P_i оператор кратен единичному).

Общая полная система собств. ф-ций операторов Q_i (с собств. значениями x^0) имеет вид

$$\varphi_{x^0}(x)=\delta(x-x^0)=\delta\left(x_1-x_1^0\right)\delta\left(x_2-x_2^0\right)\delta\left(x_3-x_3^0\right),$$

где $\delta(x)$ — введённая для описания непрерывного спектра δ-функция Дирака. В этом примере легко находится и соответствующая система собств. ф-ций операторов P_i:

$$\varphi_{p^0}(x)=(2\pi\hbar)^{-3/2}\exp\left(ip^0x/\hbar\right).$$

Хотя первая система — обобщённые, а вторая — обычные ф-ции, обе они не принадлежат L^2, т. е. не квадратично интегрируемы.

Тому же выбору классич. канонич. переменных отвечает импульсное представление, в к-ром полным набором коммутирующих наблюдаемых служат операторы P_i. Элементами $\mathscr{H}$ являются теперь ф-ции $\tilde\varphi(p)$ из $L^2(\mathbb{R}^3)$, действие операторов задано ф-лами

$$Q_i\tilde\varphi(p)=i\hbar\frac{\partial}{\partial p_i}\tilde\varphi(p),\quad P_i\tilde\varphi(p)=p_i\tilde\varphi(p),$$

а их собств. ф-ции имеют вид

$$\tilde\varphi_{x^0}(p)=(2\pi\hbar)^{-3/2}\exp\left(ipx^0\right),\quad \varphi_{p^0}(p)=\delta(p-p^0),$$

т. е. опять не принадлежат L^2.

Ф-ции $\tilde\varphi(p)$ связаны с $\varphi(x)$ преобразованием Фурье

$$\tilde\varphi(p)=(2\pi\hbar)^{-3/2}\int_{\mathbb{R}^3}\exp(-ipx/\hbar)\varphi(x)dx\equiv U\varphi(x),$$

к-рое выглядит как действие на $\varphi(x)$ интегрального оператора U; обратное преобразование получается действием сопряжённого оператора: $\varphi(x)=U^+\tilde\varphi(p)$. Благодаря равенству Парсеваля

$$\int_{\mathbb{R}^3}|\varphi(x)|^2dx=\int_{\mathbb{R}^3}|\tilde\varphi(p)|^2dp$$

этот оператор унитарен, т. е. координатное и импульсное представления унитарно эквивалентны.

Унитарная эквивалентность характерна для любой квантовомеханич. системы с конечным числом степеней свободы: по теореме фон Неймана — Стоуна неприводимое представление канонич. перестановочных соотношений единственно с точностью до унитарного преобразования. Выбор представления диктуется соображениями удобства и простоты в конкретной физ. ситуации. Помимо координатного и импульсного представлений наиб. употребительны: представление, где полным набором операторов служат операторы Гамильтона H, квадрата момента M^2 и его проекции на ось z (в задачах о частице в центр. поле); *Фока представление* (в задачах, где система трактуется как набор слабо взаимодействующих осцилляторов); голоморфное представление (в описании когерентных оптич. пучков и аналогичных систем) и т. д.

Для систем с бесконечным числом степеней свободы теорема фон Неймана — Стоуна неприменима, и существует бесконечное множество унитарно неэквивалентных представлений канонич. перестановочных соотношений. Необходимость рассмотрения таких бесконечномерных систем объясняется двумя обстоятельствами: для квантовой теории поля — реальностью этих систем, *полей физических*; для статистич. физики — отсутствием теоретич. методов описания релаксации к равновесному состоянию для конечномерных систем, отсутствием фазовых переходов в таких системах. Соответствующее матем. оформление весьма сложно и с необходимостью использует нефоковские представления перестановочных соотношений. К.-л. законченной схемы, позволяющей описать реальные физ. системы строго, пока нет, хотя рассмотрены мн. примеры, моделирующие ту или иную сторону реальной ситуации. Большинство же прикладных (с точки зрения П. т.) задач использует *возмущений теорию*, основанную на фоковском представлении канонич. перестановочных соотношений.

Лит.: Дирак П. А. М., Принципы квантовой механики, пер. с англ., 2 изд., М., 1979; Фридрикс К. О., Возмущение спектра операторов в гильбертовом пространстве, пер. с англ., М., 1969; Рюэль Д., Статистическая механика, пер. с англ., М., 1971; Завьялов О. И., Сушко В. Н., Неэквивалентные представления соотношений коммутации в физике бесконечных систем, в сб.: Статистическая физика и квантовая теория поля, М., 1973; Медведев Б. В., Начала теоретической физики, М., 1977; Фаддеев Л. Д., Якубовский О. А., Лекции по квантовой механике для студентов-математиков, Л., 1980.

Б. В. Медведев, В. П. Павлов.

ПРЕЛЕСТЬ (красота) (англ. beauty) — квантовое число, характеризующее определ. тип (*аромат*) кварка (b-кварка), а также адроны, в состав к-рых входит b-кварк [и(или) антикварк $\bar b$]. См. *Красота.*

ПРЕЛОМЛЕНИЕ ВОЛН (рефракция волн) — изменение направления распространения волны в неоднородной среде, обусловленное зависимостью фазовой скорости волны от координат. П. в. может рассматриваться как отдельное (независимое от *дифракции волн*) явление только в рамках применимости лучевого описания волновых процессов (см. *Геометрическая оптика*, *Геометрическая акустика*). Соответственно различают П. в. на плоской или плавно изогнутой (в масштабе длин волн) границе раздела однородных сред и П. в. в плавно неоднородной (в масштабе длины волны) среде (иногда термин «рефракция» относят только к этому случаю).

При преломлении плоской монохроматич. волны на плоской границе раздела двух однородных непоглощающих сред направления распространения падающей и преломлённой волн связаны соотношением $\sin\theta_2/\sin\theta_1=v_2/v_1$ (*Снелля закон* преломления), где θ_1, θ_2 — углы падения и преломления, т. е. углы между направлениями фазовых скоростей v_1, v_2 и нормалью к границе. В изотропных средах величина $n_{21}=v_1/v_2$ не зависит от угла падения и наз. относит. показателем преломления двух сред; для эл.-магн. волн вводят абс. показатель преломления как отношение скорости света в вакууме к фазовой скорости в среде. При $(v_2/v_1)\sin\theta_1>1$ не существует действит. углов θ_2, удовлетворяющих закону П. в., и преломлённая волна отсутствует — явление *полного внутреннего отражения*. Однако и в этом случае закон П.в. формально выполняется при комплексных значениях угла преломления, к-рым соответствуют бегущие вдоль границы и экспоненциально спадающие при удалении от неё моды. На границе раздела анизотропных сред, в к-рых величина фазовой скорости зависит от направления распространения, одной падающей могут соответствовать неск. преломлённых волн, групповые скорости к-рых направлены от границы в глубь среды (угол преломления при этом может быть тупым). П. в. на резких границах раздела сред сопровождается (за редким исключением) отражением волн. Соотношение амплитуд падающей, преломлённой и отражённых волн зависит от природы и поляризации волн и в эл.-магн. случае определяется *Френеля формулами*. На эффекте П. в. основан принцип действия большинства оптич. устройств (микроскопов, телескопов, спектрографов, фотоаппаратов, световодов и др.). Рефракцией объясняются мн. явления природы: миражи, звуковые