Поскольку ур-ние (1) основано на лучевых понятиях, в нём акцентируется лишь корпускулярная сторона дуализма волна — частица. Поэтому ур-ние (1) служит также основой теории переноса нейтронов, где вместо яркости I фигурирует одночастичная ф-ция распределения нейтронов по скоростям, а ур-ние аналогично линеаризованному *кинетическому уравнению Больцмана*. При квантовой интерпретации излучения яркость I пропорциональна ф-ции распределения фотонов по направлениям и по частотам.

Обоснование теории П. и. было достигнуто в рамках статистич. оптики, к-рая ур-ние П. и. выводит из ур-ний Максвелла на основе волновых понятий, описывающих когерентные свойства излучения. При таком подходе яркость I связана с *Вигнера функцией распределения* $J_{\mathbf{k}}(\boldsymbol{R})$, а последняя — с ф-цией когерентности $\Gamma(\boldsymbol{R},\boldsymbol{\rho})$ комплексной амплитуды поля. Для скалярного монохроматич. поля $u(r)\exp(-i\omega t)$, для к-рого

$$\Gamma(\boldsymbol{R},\boldsymbol{\rho}) = \langle u(\boldsymbol{R}+\boldsymbol{\rho}/2)u^*(\boldsymbol{R}-\boldsymbol{\rho}/2)\rangle,$$

где $\langle\ldots\rangle$ означает статистич. усреднение, $*$ — комплексное сопряжение, $\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2$ — разность, а $\boldsymbol{R} = (\boldsymbol{r}_1 + \boldsymbol{r}_2)/2$ — «центр тяжести» радиусов-векторов точек наблюдения $\boldsymbol{r}_1$ и $\boldsymbol{r}_2$, ф-ция Вигнера определяется как

$$J_{\mathbf{k}}(\boldsymbol{R}) = \int\Gamma(\boldsymbol{R},\boldsymbol{\rho})\exp(-i\mathbf{k}\boldsymbol{\rho})d\boldsymbol{\rho}/(2\pi)^3. \quad (2)$$

Для свободного статистически однородного поля ф-ция когерентности Γ зависит только от $\boldsymbol{\rho}$, а ф-ция $J_{\mathbf{k}}(\boldsymbol{R})$ связана с яркостью I соотношением

$$J_{\mathbf{k}} = bI(\boldsymbol{n})\delta(|\mathbf{k}| - k_0)k_0^{-2}, \quad (3)$$

где k_0 — волновое число, b — коэф. пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц. Появление в (3) дельта-функции обусловлено волновым характером рассматриваемого излучения: волновые векторы составляющих поле плоских волн локализованы на поверхности $|\mathbf{k}| = k_0$, при этом, согласно *Винера — Хинчина теореме*, $I(\boldsymbol{n}) \geqslant 0$.

Соотношение (3) приближённо сохраняется для квазиоднородного поля, ф-ция когерентности к-рого плавно зависит от $\boldsymbol{R}$:

$$J_{\mathbf{k}}(\boldsymbol{R}) = bI(\boldsymbol{R},\boldsymbol{n})\delta(|\mathbf{k}| - k_0)k_0^{-2}. \quad (4)$$

Условие квазиоднородности можно записать в виде неравенства $|\partial\Gamma/\partial\boldsymbol{R}| \ll |\partial\Gamma/\partial\boldsymbol{\rho}|$, к-рое означает малость изменений ф-ций когерентности по аргументу $\boldsymbol{R}$ в сравнении с её изменениями по разностной переменной $\boldsymbol{\rho}$. Классич. фотометрия соответствует некогерентному излучению, когда $|\partial\Gamma/\partial\boldsymbol{\rho}| \sim \lambda^{-1}\Gamma$ и $\lambda \to 0$.

Входящую в (4) величину $I(\boldsymbol{R},\boldsymbol{n})$ считают обобщённой яркостью, зависящей от аргумента $\boldsymbol{R}$. Согласно (2, 4) величина $I(\boldsymbol{R},\boldsymbol{n})$ пропорц. преобразованию Фурье от ф-ции когерентности Γ по разностной переменной $\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2$, поэтому

$$\Gamma(\boldsymbol{R},\boldsymbol{\rho}) = \int J_{\mathbf{k}}(\boldsymbol{R})\exp(i\mathbf{k}\boldsymbol{\rho})d\mathbf{k} = b\int I(\boldsymbol{R},\boldsymbol{n})\exp(ik_0\boldsymbol{n}\boldsymbol{\rho})d\Omega_{\boldsymbol{n}}. \quad (5)$$

Значение соотношения (5) состоит в том, что оно связывает энергетич. характеристику излучения (яркость I) с волновыми и статистич. характеристиками, а именно: с ф-цией когерентности волнового поля. Напр., для однородного и изотропного излучения яркость I не зависит от направления $\boldsymbol{n}$, поэтому

$$\Gamma(\boldsymbol{\rho}) = 4\pi bI(k_0\boldsymbol{\rho})^{-1}\sin k_0\boldsymbol{\rho}.$$

Т. о., соотношение (5) позволяет переходить от лучевого (энергетич.) описания к волновому (дифракционному) и тем самым извлекать из ур-ния П. и. нек-рые сведения о дифракц. эффектах.

В общей теории многократного рассеяния из ур-ния, определяющего поведение ф-ции когерентности Γ, следует, что обобщённая яркость $I(\boldsymbol{R},\boldsymbol{n})$ для достаточно разреженных рассеивающих сред удовлетворяет ур-нию П. и. классич. теории (1). Тем самым устанавливается строгий статистич. смысл ур-ния П. и., одновременно находят выражения для входящих в (1) феноменологич. коэф., к-рые в этом случае мало отличаются от результатов, полученных в приближении однократного рассеяния. Такой подход позволяет использовать хорошо развитый матем. аппарат теории П. и. для описания нек-рых дифракц. и интерференц. эффектов, связанных с частичной когерентностью излучения. В общем случае величина $I(\boldsymbol{R},\boldsymbol{n})$ не обладает всеми свойствами феноменологич. яркости, в частности, не является всюду неотрицательной.

Крупномасштабная среда. Статистико-волновое содержание теории П. и. наглядно проявляется на примере крупномасштабной статистически однородной рассеивающей среды. Ф-ция когерентности $\Gamma = \langle u(\xi_1 z)u^*(\xi_2,z)\rangle$, $\xi = (x,y)$, монохроматич. поля, распространяющегося в направлении оси z, удовлетворяет ур-нию

$$2ik_0\partial\Gamma/\partial z + [\Delta_{\xi_1} - \Delta_{\xi_2} + A(0) - A(\xi_1 - \xi_2)]\Gamma = 0 \quad (6)$$

(см. *Параболического уравнения приближение*). Величина $A(\xi_1 - \xi_2)$ выражается через ф-цию корреляции флуктуаций среды в точках (ξ_1,z) и (ξ_2,z). Отвечающая этому случаю обобщённая яркость I определяется соотношением

$$I(\boldsymbol{R}_\perp,z,\boldsymbol{\nu}) = (k/2\pi)^2\int\exp(-ik\xi\boldsymbol{\nu})\Gamma(\boldsymbol{R}_\perp + \xi/2,\ \boldsymbol{R}_\perp - \xi/2,z)d\xi.$$

Здесь $\boldsymbol{\nu}$ — поперечная часть единичного вектора $\boldsymbol{n} = (\boldsymbol{\nu}, \sqrt{1-\nu^2})$, к-рая играет роль угл. переменной и описывает направленность излучения. Яркость $I(\boldsymbol{R}_\perp,z,\boldsymbol{\nu})$ удовлетворяет вытекающему из (6) ур-нию П. и.:

$$dI/ds \equiv (\partial/\partial z + \boldsymbol{\nu}\nabla_{\boldsymbol{R}_\perp})I = -\alpha I + \int\sigma(\boldsymbol{\nu}\leftarrow\boldsymbol{\nu}')I(\boldsymbol{R}_\perp,z,\boldsymbol{\nu}')d\boldsymbol{\nu}', \quad (7)$$

где $\alpha = A(0)$, а сечение рассеяния $\sigma(\boldsymbol{\nu}\leftarrow\boldsymbol{\nu}')$ выражается через преобразование Фурье от $A(\xi)$. Поскольку ур-ние (7) эквивалентно ур-нию (6), оно учитывает все дифракц. эффекты, описываемые волновым ур-нием (6).

В ряде случаев решение ур-ния (7) можно записать в явном виде. В простейшем случае свободного пространства ($\alpha = \sigma = 0$) решение имеет вид

$$I(\boldsymbol{R}_\perp,z,\boldsymbol{\nu}) = I_0(\boldsymbol{R}_\perp - \boldsymbol{\nu}z,\boldsymbol{\nu}), \quad (8)$$

где I — обобщённая яркость при $z > 0$, а I_0 — распределение обобщённой яркости в нач. плоскости $z = 0$. Это выражение отвечает сохранению величины I вдоль «обобщённого» прямого луча, к-рый, в отличие от обычной геом. оптики, строится для координаты $\boldsymbol{R}$.

В феноменологич. теории, использующей предельный переход $\lambda \to 0$, для исходной яркости I_0 можно задавать произвольное угл. распределение, ограниченное единств. условием $I_0 \geqslant 0$. В ф-ле (8) обобщённая яркость I связана преобразованием Фурье с нач. ф-цией когерентности $\Gamma_0 = \Gamma|_{z=0}$, поэтому требование $I_0 \geqslant 0$ становится излишним. Эфф. угл. ширина $\Delta\Theta = |\boldsymbol{\nu}|$ обобщённой яркости I [т. е. масштаб изменения $I(\boldsymbol{R}_\perp,z,\boldsymbol{\nu})$ по аргументу $\boldsymbol{\nu}$] подчиняется соотношению неопределённостей $\Delta\rho_\perp\Delta\Theta \geqslant \lambda$, где $\Delta\rho_\perp$ — эфф. ширина ф-ции когерентности Γ_0 по аргументу $\rho_\perp$, по порядку величины совпадающая с поперечным масштабом пространственной когерентности пучка (в классич. фотометрии соотношение неопределённостей не возникает из-за предельного перехода $\lambda \to 0$). Продольный масштаб когерентности оценивается при помощи ф-лы (5), к-рая в этом приближении принимает вид:

$$\Gamma = b\int I(\boldsymbol{R},z,\boldsymbol{\nu})\exp\{ik[\rho_z(1-\nu^2/2) + \boldsymbol{\rho}_\perp\boldsymbol{\nu}]\}d\boldsymbol{\nu},$$

откуда $\Delta\rho_z \sim \lambda/(\Delta\Theta)^2$.