

зволяет использовать для релятивистских ур-ний удобную лоренц-ковариантную запись.

Различные временные представления О. Рассмотренная выше схема квантовой теории, когда не зависящей от времени динамич. величине F ставится в соответствие также не зависящий от t О. \hat{F} , а эволюция системы целиком определяется введенным волновой ф-цией, подчиняющейся ур-нию Шрёдингера, формальное решение к-рого можно представить как

$$\psi(t) = \exp\left\{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}(t-t_0)\right\}\psi(t_0),$$

наз. *Шрёдингера представлением* для О. и ф-ций состояния. Из возможных др. временных представлений отметим два, широко используемых в квантовой теории. В *Гейзенберга представлении* ψ -функция является пост. вектором; полагая в приведённой выше ф-ле $t_0=0$, можно представить эту ф-цию как нач. значение рассмотренной ранее $\psi^{(H)} = \psi(0)$, а зависимость от t переносится на О. динамич. величин:

$$\hat{F}^{(H)}(t) = \exp\left\{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t\right\}\hat{F}\exp\left\{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t\right\},$$

ур-ние движения для к-рых имеет вид

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\hat{F}^{(H)}(t) = [\hat{H}, \hat{F}^{(H)}(t)].$$

Для построения *взаимодействия представления* существенно разделение \hat{H} на части, $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1$, связанное обычно с применением теории возмущений. В этом временном представлении зависимость \hat{F} от t определяется с помощью нулевого гамильтониана:

$$\hat{F}^{(I)}(t) = \exp\left\{\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0t\right\}\hat{F}\exp\left\{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0t\right\},$$

а эволюция волновой ф-ции

$$\psi^{(I)}(t) = \exp\left\{i(\hat{H}_0/\hbar)t\right\}\psi(t)$$

определяется О. $\hat{H}^{(I)}$:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi^{(I)}(t) = \hat{H}^{(I)}(t)\psi^{(I)}(t),$$

причём формальное решение этого ур-ния можно записать как

$$\psi^{(I)}(t) = S(t, t_0)\psi^{(I)}(t_0),$$

где оператор S -матрицы (наз. *матрицей рассеяния*)

$$S(t, t_0) = \exp\left\{\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0t\right\}\exp\left\{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}(t-t_0)\right\}\exp\left\{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0t_0\right\}.$$

Матрица плотности, матрица рассеяния и другие О. Наряду с О., непосредственно связанными с определёнными физ. переменными, в квантовой теории используются О., к-рые определяют все свойства системы, включая её состояние, или ряд её свойств. Выше предполагалось, что состояние квантовомеханич. системы фиксируется с помощью волновой ф-ции, представляемой вектором $\Phi(t) = \{\Phi_n(t)\}$. Если этому т. н. *чистому состоянию* поставить в соответствие О. $\rho(t)$ с матричными элементами $\langle n|\rho|m\rangle = \Phi_n^*(t)\Phi_m(t)$, то ср. значения физ. величины F запишутся как

$$\bar{F} = \sum_{n,m} \langle n|\rho|m\rangle \langle m|F|n\rangle = \text{Sp}\{\rho\hat{F}\},$$

а сам О. $\rho(t)$ в соответствии с ур-нием Шрёдингера для $\Phi(t)$ будет удовлетворять ур-нию

$$i\hbar\frac{\partial\rho(t)}{\partial t} = \hat{H}\rho - \rho\hat{H}$$

и иметь формальное решение в виде

$$\rho(t) = \exp\left\{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t\right\}\rho(0)\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t\right\}.$$

О. ρ наз. *матрицей плотности*. Он характеризует систему и в случаях, когда она находится в т. н. *смешанном состоянии*, что существенно, напр., при рассмотрении статистич. систем. Матричное представление О. ρ может быть определено в смешанном представлении (напр., в координатно-импульсном), что невозможно в традиц. квантовой механике, оперирующей с чистыми квантовомеханич. состояниями. О. $\rho(t)$ допускает помимо шрёдингеровского и иные временные представления.

О. S -матрицы (и его модификаций, включая температурные варианты) определяет изменение свойств системы по отношению к нек-рому известному «исходному» состоянию, напр. к состоянию с «выключенным» взаимодействием частиц \hat{H}_1 (для этого в \hat{H}_1 добавляют фактор $\exp\{-\varepsilon|t|\}$, $\varepsilon > 0$, обеспечивающий выключение взаимодействия при $t \rightarrow \pm\infty$). Тогда для конечного t ($t_0 \rightarrow -\infty$) введённый ранее О. можно представить как бесконечный ряд, записываемый условно в виде т. н. T -экспоненты, т. е. упорядоченного по временным аргументам (см. *Хронологическое произведение*) степенного её разложения:

$$S(t) = T \exp\left\{-\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^t \hat{H}_1^{(I)}(\tau) d\tau\right\} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{i}{\hbar}\right)^n \int_{-\infty}^t d\tau_1 \int_{-\infty}^{\tau_1} d\tau_2 \dots \int_{-\infty}^{\tau_{n-1}} d\tau_n \hat{H}_1^{(I)}(\tau_1) \dots \hat{H}_1^{(I)}(\tau_n).$$

Этот ряд служит основой для построения приближений в рамках теории возмущений по \hat{H}_1 .

О. t -матрицы, родственной О. S , на простейшем примере задачи двух тел (задачи рассеяния) модифицирует задающую из бесконечности на рассеивающий центр $H_1^{\pm} = \Phi(r)$ плоскую волну $\varphi_p(r)$ в расходящуюся волну ψ_k^{\pm} (в соответствии с граничными условиями квантовомеханич. задачи рассеяния), так что $\hat{H}_1\psi^{\pm} = t\varphi$. Ур-ние Шрёдингера, записанное в терминах t -О., и его формальное решение имеют вид

$$t = \hat{H}_1 + \hat{H}_1 \frac{1}{\varepsilon - \hat{H}_0 + i\varepsilon} t; \quad t = \hat{H}_1 + \hat{H}_1 \frac{1}{\varepsilon - (\hat{H}_0 + \hat{H}_1) + i\varepsilon} \hat{H}_1.$$

В случаях, когда потенциал $\Phi(r)$ не имеет фурье-образа (напр., при взаимодействии твёрдых сфер конечного радиуса), а использование импульсного варианта представления вторичного квантования всё же рационально, импульсное представление t -О. заменяет несуществующую величину $v(q)$, причём при малых передачах импульса $|q|$ матричный элемент t -О. выходит на константу, пропорц. *длине рассеяния* a :

$$v(|q|) = \langle p+|q|, p' - |q| | \Phi(r) | p, p' \rangle \rightarrow \rightarrow \langle p+|q|, p' - |q| | t | p, p' \rangle \approx 2\pi a \hbar^2 / m.$$

О. преобразований. В квантовой теории такие О. широко используются для осуществления переходов к др. представлениям и координатам, для трансляций и поворотов в разл. пространствах, сдвига во времени, дискретных преобразований самого разного физ. содержания. Рассмотрим нек-рые из них.

Пусть $\psi = \{\psi_n(x)\}$ — система базисных ф-ций, определяющих нек-рое n -представление О. и волновых ф-ций, а $\psi' = \{\psi'_\alpha(x)\}$ — др. базисная система, соответствующая α -представлению. Переход от одной системы к другой

$$\psi'_\alpha(x) = \sum_n \psi_n(x) \langle n | U | \alpha \rangle,$$

где

$$\langle n | U | \alpha \rangle = \int \psi_n^*(x) \psi'_\alpha(x) dx,$$

можно символически записать с помощью линейного унитарного О. U , матричное представление к-рого при-