пространства-времени). В теории свободных полей для этой цели используется понятие нормального произведения (обозначается: ... :). Напр., для случая скалярного поля локальными операторами являются $\varphi(x)$, $:\varphi^3(x):$, $:\varphi^2(x)\partial_\mu\varphi(x)\partial_\nu\varphi(x):$ и т. д. ($\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$, $\partial_\mu \equiv \partial/\partial x^\mu$). Общий рецепт для построения локальных составных операторов, справедливый как для свободных, так и для взаимодействующих полей, даёт О. р. Вильсона [1]:

$$A(x)B(y)|_{x\to y} = \sum_n C_n(x-y)O_n(x), \qquad (1)$$

где $A(x)$, $B(y)$ и $O_n(x)$ — локальные операторы, $C_n(x-y)$ — коэффициентные ф-ции, являющиеся обобщением ф-ций Грина.

Величины $C_n(z)$ содержат сингулярности типа $\left(-z_\mu^2 + i\varepsilon z_0\right)^{-P_n}$, где добавка $i\varepsilon z_0$ ($\varepsilon \to +0$) необходима для того, чтобы матричный элемент от левой части соотношения (1) удовлетворял правильным спектральным свойствам (см. *Спектральное представление*), вытекающим из положительности энергии для всех промежуточных состояний. Показатели степени P_n могут быть выражены через размерности Δ_i (в единицах массы) операторов A, B и O_n по ф-ле $P_n = {}^1/_2(\Delta_A + \Delta_B - \Delta_n)$, где $\Delta_i = d_i + \gamma_i$, d_i — канонич. размерности операторов, γ_i — их *аномальные размерности*.

О. р. (1) справедливо во всех порядках теории возмущений в перенормируемых моделях КТП (см. *Перенормируемость* взаимодействий). В теории возмущений размерности полей равны каноническим ($\gamma_i = 0$), а коэффициентная ф-ция $C_n(z)$ помимо степени $(-z^2 + i\varepsilon z_0)^{-P_n}$ содержит в виде множителя полином по $\ln(-z^2)$. Гл. вклад в сумму (1) при $x \to y$ вносят операторы с мин. размерностью, среди к-рых самыми важными являются единичный оператор I ($d_I = 1$), сохраняющиеся (точно или приближённо) токи $j_\mu(x)$ ($d_j = 3$) и тензор энергии-импульса $\theta_{\mu\nu}(x)$ ($d_\theta = 4$). При учёте взаимодействия размерность операторов I, j_μ и $\theta_{\mu\nu}$ не меняется. Из этого, в частности, следует, что матричный элемент от *хронологического произведения* (T) двух эл.-магн. токов по вакуумному состоянию

$$\langle 0|T(j_\mu(x)j_\nu(x))|0\rangle \qquad (*)$$

при $x \to 0$ ведёт себя так же, как в свободной теории. Сечение e^+e^--аннигиляции в адроны, к-рое определяется мнимой частью этого матричного элемента в *импульсном представлении*, при больших энергиях (в системе центра инерции) $\sqrt{s}$ пропорционально α^2/s (где $\alpha \approx 1/137$ — постоянная тонкой структуры), что согласуется с экспериментом. Поправки к вакуумному среднему (*), возникающие из-за операторов $O_n(x)$ с более высокими размерностями $O_1(x) = G^2_{\mu\nu}(x)$, $O_2(x) = [\bar\psi(x)\Gamma\psi(x)]^2$, где $\psi(x)$, $G_{\mu\nu}(x)$ — кварковое и глюонное поля, Γ — нек-рая матрица (черта над ψ означает дираковское сопряжение), приводят к вкладам

$$\sim \frac{\alpha^2}{s}\left(C_1\frac{\langle 0|O_1(0)|0\rangle}{s^2} + C_2\frac{\langle 0|O_2(0)|0\rangle}{s^3}\right),$$

нарушающим *масштабную инвариантность* сечения e^+e^--аннигиляции [2].

Существует другая версия ф-лы (1), а именно: О. р. произведения двух операторов на *световом конусе*

$$A(x)B(0)\Big|_{\substack{x^2\to 0\\ x\sim 1/m}} = \sum_{n,\mathbf{k}=1}^{\infty} C_n^{\mathbf{k}}(-x^2)x_{\mu_1}x_{\mu_2}\dots x_{\mu_n}O^{\mathbf{k}}_{\mu_1\mu_2\dots\mu_n}(0), \qquad (2)$$

где, как и ранее, для простоты предполагается, что $A(x)$ и $B(0)$ являются скалярными по отношению к *Лоренца преобразованиям* (m — характерная масса адрона, $O^{\mathbf{k}}_{\mu_1\mu_2\dots\mu_n}$ — нек-рый тензорный оператор, $\mu_i = 0,1,2,3$).

Для классификации локальных операторов удобно ввести понятие твиста. Твист тензора $O^{\mathbf{k}}_{\mu_1\mu_2\dots\mu_n}(x)$ равен по определению разности его размерности Δ_n и спина S_n. Гл. вклад в разложение (2) дают операторы, имеющие мин. значение твиста; при этом их спины и моменты могут быть произвольными. Напр., для операторов, билинейных по кварковым полям, мин. твист (два) имеет выражение $O_{\mu_1\mu_2\dots\mu_n} = S\bar\psi\gamma_{\mu_1}\partial_{\mu_2}\dots\partial_{\mu_n}\psi$, где символ S означает симметризацию по всем лоренцевым индексам и выделение следов. В *квантовой хромодинамике* (КХД) для обеспечения *калибровочной инвариантности* следует в $O_{\mu_1\dots\mu_n}$ заменить все производные на ковариантные: $\partial_\mu \to \partial_\mu - igA_\mu$ (здесь A_μ — потенциал глюонного поля, g — *константа взаимодействия* в КХД). В силу *асимптотической свободы* и *ренормализационной группы* коэффициентные ф-ции $C_n^{\mathbf{k}}(-x^2)$ в ф-ле (2) ведут себя при $x^2 \to 0$ как

$$(-x^2 + i\varepsilon x_0)^{1/2(d_n - d_A - d_B - S_n)}[\ln(x^2\mu^2)]^{c_n},$$

где c_n — числа, к-рые могут быть найдены в рамках теории возмущений. О. р. на световом конусе (2) используется, в частности, для нахождения логарифмич. и степенных эффектов нарушения масштабно-инвариантного поведения *структурных функций* лептон-адронных *глубоко неупругих процессов* [3].

О. р. является эфф. способом вычисления и классификации разл. вкладов в физ. амплитуды процессов и находит широкое распространение в приложениях КТП. Возможности применения ф-л (1), (2) в адронной физике связаны с тем, что вид коэффициентных ф-ций C_n, как правило, может быть установлен с помощью теорий возмущений, независимо от специфики сильного взаимодействия, после чего сравнение матричных элементов по физ. адронным состояниям от левой и правой частей равенства (1) [или (2)] приводит к соотношениям между физ. амплитудами.

Строгое доказательство О. р. пока существует только в рамках теории возмущений для простых перенормируемых моделей КТП [4].

Лит.: 1) Wilson K. G., Non-Lagrangian models of current algebra, «Phys. Rev.», 1969, v. 179, p. 1499; 2) Shifman M. A., Vainshtein A. I., Zakharov V. I., QCD and resonance physics. Theoretical foundations, «Nucl. Phys. B», 1979, v. 147, p. 385; 3) Gross D. J., Wilczek F., Asymptotically free gauge theories, «Phys. Rev. D», 1974, v. 9, p. 980; 4) Завьялов О. И., Перенормированные диаграммы Фейнмана, М., 1979.

Л. Н. Липатов.

ОПЕРА́ТОРЫ в квантовой теории — символич. изображение составленных по определённым правилам матем. операций (алгебраич., дифференциальных, интегральных, перестановочных и т. д.), используемых в квантовой теории для преобразования встречающихся в ней величин. Если состояние квантовой системы описывается с помощью волновой ф-ции $\psi(t,x)$ (для конкретности, напр., в *Шрёдингера представлении*), то О. или их последовательность в конечном счёте действуют на эту ф-цию, сопоставляя с ней волновую ф-цию, соответствующую уже др. состоянию системы. В др. формализмах квантовой теории (напр., когда состояние системы фиксируется с помощью О. *матрицы плотности* или в представлениях, когда ψ является фиксир. вектором в *гильбертовом пространстве*) О. действуют на др. О., характеризующие состояние системы или к.-л. её характеристики. Ниже будут рассмотрены наиб. часто встречающиеся типы О.

Операторы динамических величин

Общие положения. В соответствии с осн. принципами квантовой механики (в линейной относительно ψ-функции теории) каждой физ. величине F ставится в соответствие линейный самосопряжённый О. $\hat F$, преобразующий ψ-функцию в новую, но принадлежащую тому же классу ф-цию ψ', $\hat F\psi = f\psi'$ (где f — число). Если ψ задана в виде разложения $\psi(t,x) = \sum_n \Phi_n(t)\psi_n(x)$