тора J^{μ}_{A} через нижнее и верхнее основания равны. Отсюда следует, что нётеровы заряды

$$Q_A(t) = \int\limits_{x^0=t} J^{0}_{A}(x)d^3x, \qquad (6)$$

во-первых, сохраняются во времени (интегральная форма Н. т.), во-вторых, преобразуются при *Лоренца преобразованиях* контравариантно соответствующим параметрам ε^A.

Из физ. представлений об однородности и изотропии пространства-времени следует, что для любой замкнутой системы действие должно быть инвариантно относительно преобразований *Пуанкаре группы*, что в силу Н. т. приводит к существованию 10 фундаментальных сохраняющихся величин: энергии, трёх компонент импульса и 6 компонент 4-момента. Сохранение энергии и импульса следует из инвариантности относительно трансляций $\delta x^{\mu} = a^{\mu}$. При этом $A = \mu$, $\mathscr{L}^{ab}_{A} = 0$, нётеровы токи исчерпываются выражением (5) и образуют тензор энергии-импульса. Сохраняющиеся «заряды» суть компоненты 4-импульса:

$$P_{\mu} = \int\limits_{x^0=t} T^{0}_{\ \mu} d^3x.$$

Из инвариантности относительно трёх пространств. поворотов и трёх преобразований Лоренца

$$A = (\mu, \nu);\ \varepsilon^A = \omega^{\nu\mu} = -\omega^{\mu\nu};\ \Lambda^{\rho}{}_{A} = \delta^{\rho}_{\nu} g_{\mu\sigma} x^{\sigma}$$

(где $g_{\mu\sigma}$ — *метрический тензор*) вытекает дифференц. закон сохранения для тензора плотности момента

$$M^{\mu}_{\ \nu\rho} = -\frac{1}{2}T_{\nu}{}^{\mu}x_{\rho} + \frac{1}{2}T_{\rho}{}^{\mu}x_{\nu} + \frac{\partial L(x)}{\partial \varphi^{a}_{,\mu}}\mathscr{L}^{ab}{}_{\nu\rho}\varphi^{b};$$

$\mathscr{L}^{ab}_{\nu\rho}$ определяется спином полей. Соответствующий нётеров заряд есть 4-момент.

В гамильтоновом описании 10 фундам. величин являются генераторами соответствующих преобразований группы Пуанкаре и образуют относительно скобок Пуассона замкнутую алгебру Ли

$$(P_{\mu},\ P_{\nu}) = 0;$$

$$(M_{\mu\rho},\ P_{\nu}) = -(g_{\mu\nu}g_{\rho\sigma} - g_{\mu\sigma}g_{\rho\mu})P^{\sigma}; \qquad (7)$$

$$(M_{\mu\rho},\ M_{\nu\sigma}) = -g_{\mu\nu}M_{\rho\sigma} + g_{\rho\nu}M_{\mu\sigma} + g_{\mu\sigma}M_{\rho\nu} - g_{\rho\sigma}M_{\mu\nu},$$

изоморфную алгебре Ли группы Пуанкаре. Требование выполнения соотношений (7) в гамильтоновом формализме эквивалентно требованию инвариантности лагранжиана относительно группы Пуанкаре в *лагранжевом формализме*.

При наличии в системе симметрий, не связанных с пространством-временем (*внутренних симметрий*), Н. т. позволяет построить и другие сохраняющиеся величины. При этом в выражении (4) для нётерова тока остаётся только второй член. Напр., если в системе с комплексным полем φ^a действие инвариантно относительно глобального (с фазой α, не зависящей от x) калибровочного преобразования 1-го рода

$$\varphi^a \to \varphi^a \exp(i\alpha);\ \varphi^{*a} \to \varphi^{*a}\exp(-i\alpha),$$

то будут сохраняться ток

$$j^{\mu}(x) = i\left(\frac{\partial L(x)}{\partial \varphi^{a}_{,\mu}}\varphi^a - \varphi^{*a}\frac{\partial L(x)}{\partial \varphi^{*a}_{,\mu}}\right)$$

и соответствующий заряд. В построении совр. реалистич. квантовополевых моделей токи и заряды, сохраняющиеся в силу инвариантности относительно достаточно сложных калибровочных групп, играют ведущую роль.

Выражение (4) для пространственно-временнóй локализации нётерова тока (это выражение наз. каноническим) не однозначно, если исходить только из требования выполнения дифференц. закона сохранения(3) и получения правильной интегральной величины (6). Выполнение этих требований не нарушается при замене

$$J^{\mu}_{A} \to J^{\mu}_{A} + \frac{\partial f_{A}{}^{\mu\nu}(\varphi^a;\ \varphi^a{}_{,\nu})}{\partial x^{\nu}};\quad f_{A}{}^{\mu\nu} + f_{A}{}^{\nu\mu} = 0$$

с произвольной ф-цией f. Этим произволом пользуются, чтобы заменить канонич. тензор T^{μ}_{ν} (5) (не симметричный для отличного от нуля спина) на симметричный (тензор Белинфанте), выбирая

$$f^{\nu;\rho\mu} = \frac{1}{2}\left\{-\frac{\partial L}{\partial \varphi^{a}{}_{,\mu}}\mathscr{L}^{\nu\rho;ab}\varphi^b + \frac{\partial L}{\partial \varphi^{a}{}_{,\rho}}\mathscr{L}^{\mu\nu;ab}\varphi^b + \frac{\partial L}{\partial \varphi^{a}{}_{,\nu}}\mathscr{L}^{\rho\mu;ab}\varphi^b\right\}.$$

Для нулевого спина то же преобразование позволяет получить для безмассового поля T^{μ}_{ν} с нулевым следом.

Однозначные выражения для нётеровых токов получаются варьированием по полям, для к-рых эти токи служат источниками.

Для теорий, обладающих *суперсимметрией*, независимыми переменными при выводе Н. т. будут наряду с x и антикоммутирующие координаты θ_{α} (α — спинорный индекс). Это приводит к обобщению фундам. сохраняющихся величин, а также к появлению новых сохраняющихся величин: спин-векторных токов и соответствующих им суперзарядов, образующих представление супералгебры Пуанкаре.

Для классич. теорий поля выписанных формальных выражений вполне достаточно. В квантовой теории поля выражения (4), (6), как правило, нуждаются в регуляризации (см. *Регуляризация расходимостей*) и *перенормировке*. При этом может оказаться, что формально имеющаяся симметрия не может быть сохранена для регуляризов. выражений, и соответствующий закон сохранения перестаёт выполняться — говорят, что присутствует *аномалия*. Так, при рассмотрении взаимодействия безмассовых фермионов с эл.-магн. полем в классич. теории наряду с векторным сохраняется также и *аксиальный ток* $j^{\mu}_{5} = \bar{\psi}\gamma^{\mu}\gamma^{5}\psi$ (γ^{μ}, γ^{5} — *Дирака матрицы*). В квантовой теории во втором порядке по заряду e возникает аномалия, и вместо сохранения тока получаем

$$\frac{d\overset{\lambda}{j}_5}{\partial x^{\lambda}} \sim e^2 \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}F_{\mu\nu}F_{\rho\sigma}.$$

Вторая теорема Нётер. Помимо обсуждавшейся выше Н. т., к-рую принято называть первой Н. т., существует вторая Н. т., к-рая касается тождеств, вытекающих из инвариантности действия относительно преобразований, зависящих от непрерывного параметра, т. е. от произвольной ф-ции. Наиб. значение она получает в применении к случаю «полей материи», взаимодействующих с *калибровочным полем* $A(x)$ — полем, физ. содержание к-рого не меняется при определённых, зависящих от произвольной ф-ции $\lambda(x)$ преобразованиях, называемых преобразованиями калибровки. Вычисляя вариацию действия для поля материи во внеш. калибровочном поле, вызванную бесконечно малым калибровочным преобразованием $\delta\lambda(x)$, $\delta\lambda(x) = 0$ на границах области интегрирования, следует учитывать только вызываемые изменением калибровки вариации калибровочного поля $\delta_{\lambda}A = \nabla\delta\lambda$ (здесь ∇ — ковариантная производная), поскольку при вариациях полей материи коэффициентами будут левые части ур-ний движения. Поэтому

$$\delta_{\lambda}S = \int d^4x \frac{\partial L}{\partial A}\nabla\delta\lambda = -\int d^4x \nabla\left(\frac{\partial L}{\partial A}\right)\delta\lambda,$$

откуда в силу произвольности $\delta\lambda(x)$ вытекает ковариантный закон сохранения

$$\nabla j = 0;\quad j = \frac{\partial L}{\partial A}. \qquad (8)$$

При обращении в ф-ле (8) внеш. калибровочного поля в нуль ковариантный закон сохранения превращается в обычный, получаемый по первой Н. т. Подчеркнём, что