ной в (7), где $\vec{M}^*_{lm} \perp r$. В статич. пределе ($\omega \to 0$), когда $j_l(r\omega/c) \sim (r\omega/c)^l$ и $h_l(r\omega/c) \sim (r\omega/c)^{-(l+1)}$, тороидные мультиполи наряду с магн. мультиполями дают вклад в разложение векторного потенциала $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}, \omega)$, но после взятия операции ротора, $\boldsymbol{B} = [\nabla \boldsymbol{A}]$, «выживают» только магн. мультиполи.

Поля М. и. (9) заданных интенсивности, типа (электрич. или магн.) и мультипольного характера (lm) могут генерироваться источниками, заключёнными внутри сферы произвольного, сколь угодно малого радиуса. Для любого распределения плотности заряда-тока

$$\rho_0(\boldsymbol{r}, \omega)\exp(-i\omega t), \ \boldsymbol{j}_0(\boldsymbol{r},\omega)\exp(-i\omega t) + \text{const},$$

равного нулю за пределами сферы радиуса r_0, всегда можно найти др. распределение плотности заряда-тока (ρ_1, $\boldsymbol{j}_1$), осциллирующее с той же частотой ω и равное нулю вне сферы меньшего радиуса $r_1 < r_0$, такое, что поле излучения при $r > r_0$ будет тождественным тому, к-рое порождалось первонач. источниками [теорема Казимира (H. Casimir)]. Следовательно, произвольно узкая угл. *диаграмма направленности* может быть осуществлена при помощи произвольно малого источника. Однако реализация такой сверхэффективной антенны предполагает создание большого кол-ва когерентных мультиполей разного ранга (l) со сравнимой интенсивностью М. и. Последнее весьма затруднительно, по крайней мере для источников, занимающих область малого размера по сравнению с излучаемыми длинами волн, $r_0 \ll c/\omega$, поскольку тогда, как правило, порядок величин мультипольных моментов быстро падает с ростом l:

$$|n_{lm}| \sim (r_0\omega/c)^{-1}|m_{lm}| \sim ec(r_0\omega/c)^l.$$

В отличие от электро- и магнитостатики, все пространственные гармоники полей (9) убывают при удалении от источника по одному и тому же закону — обратно пропорционально расстоянию r. Поэтому все они вносят вклад в мощность излучения P (на данной частоте ω), проинтегрированную по всем направлениям $\boldsymbol{n}$:

$$P = \frac{cr^2}{8\pi}\int \boldsymbol{n}\mathrm{Re}[\boldsymbol{EB}^*]d\Omega = 2\pi\frac{\omega^2}{c^2}\sum_{l,m}\left(\left|n^2_{lm}\right| + \left|m^2_{lm}\right|\right).$$

Отсюда видно, что для сосредоточенных источников ($r_0 \ll c/\omega$) с ростом номера l при прочих равных условиях мощность М. и. убывает как $r_0^{2l}(\omega/c)^{(2l+2)}$. Излучающая система теряет угл. момент, плотность к-рого $\mu = (8\pi c)^{-1}[\boldsymbol{r}[\boldsymbol{EB}^*]]$. Угл. момент относительно оси z, испускаемый в единицу времени, равен

$$\dot{M}_z = 2\pi\frac{\omega}{c^3}\sum_{l,m} m\left(\left|n^2_{lm}\right| + \left|m^2_{lm}\right|\right).$$

Т. о., каждый фотон М. и. с заданным азимутальным индексом m уносит, наряду с энергией $\hbar\omega$, угл. момент $m\hbar$, поскольку $\dot{M}_z = Pm/\omega$. Необходимо отметить, что мультипольные поля с заданными значениями полного угл. момента $j = l$ и типа (электрического или магнитного) не имеют определ. значения спиральности и орбитального момента, поскольку без нарушения условия поперечности свободного эл.-магн. поля невозможно разделение орбитального момента и спина. Последнее связано с *калибровочной инвариантностью* поля и отсутствием массы у фотона.

В квантовой теории вычисление отношения квадрата излучаемого угл. момента к квадрату энергии при излучении N квантов в заданной мультипольной (lm)-моде даёт фактор $\{N^2m^2 + N[l(l+1) - m^2]\}\omega^{-2}$. В классич. пределе ($N \gg 1$) это приводит к указанному выше значению (в расчёте на 1 квант) $\dot{M}_z^2/P^2 = m^2\omega^{-2}$, но в случае излучения только одного фотона даёт «квантовый ответ» $l(l+1)\,\omega^{-2}$, полагающийся для «частицы» в (lm)-состоянии. Нетривиальность соответствующего перехода заключается в том, что при конечном числе квантов N когерентно складываются только их z-компоненты угл. момента (это даёт член N^2m^2), тогда как, согласно принципу неопределённости, две остальные (x-, y-)-компоненты складываются некогерентно, добавляя член, пропорциональный N.

Квантовые источники, напр. возбуждённые молекулы, ядра или адроны, испускают фотоны в мультипольных состояниях (или в определ. суперпозиции этих состояний с определ. чётностью, см. *Отбора правила*). Однако мультипольность (lm)-фотона не измеряется непосредственно, локально, а требует интегрирования по поверхности, охватывающей источники. Реально детектируемые фотоны обычно представляют собой плосковолновые состояния с определ. спиральностью. В связи с этим изучение физ. свойств источников фотонов по характеристикам М. и. фактически предполагает проведение преобразования между мультипольными состояниями и наблюдаемыми плосковолновыми состояниями поля, т. е. разложение сферич. векторных волн по плоским волнам. Подобные особенности квантовых измерений важны, напр., при спектроскопич. изучении угл. корреляций ядерных гамма-лучевых каскадов, поскольку в ядрах, в отличие от атомов и молекул, широко распространены переходы высшей мультипольности.

Согласно *соответствия принципу*, квантовомеханич. ф-лы для интенсивности спонтанного М. и. на частоте $\omega = (\mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_1)/\hbar$ при переходе квантовой системы с энергетич. уровня $\mathscr{E}_2$ на уровень $\mathscr{E}_1$ (т. е. при переходе из стационарного состояния ψ_2 в ψ_1) получаются из классич. ф-л для спектральной мощности излучения соответствующей заменой квадратов фурье-компонентов мультипольных моментов $|n_{lm}(\omega)|^2$, $|m_{lm}(\omega)|^2$ на квадраты удвоенных матричных элементов $|2\langle\psi_1|\hat{n}_{lm}|\psi_2\rangle|^2$, $|2\langle\psi_1|\hat{m}_{lm}|\psi_2\rangle|^2$. Отношение определённой таким образом интенсивности излучения к энергии кванта $\hbar\omega$ даёт вероятность радиац. перехода в единицу времени. Она складывается из вероятности излучения различных (lm)-фотонов. При этом (в силу закона сохранения угл. момента) М. и. определённого (lm)-фотона оказывается возможным, только если начальное и конечное значения угл. момента (и его z-компоненты) у излучающей системы подчиняются правилам отбора, а изменение чётности состояния системы согласуется с чётностью фотона данного типа [электрического $(-1)^l$ или магнитного $-(-1)^l$]. Если при заданном значении величины момента фотона l его z-проекция m (а с ней и z-проекция момента излучающей системы) не определена, то говорят о М. и. частично поляризованных фотонов. Вероятность индуцированного М. и. (lm)-фотона (или его поглощения) отдельной квантовой системой определяется умножением вероятности спонтанного М. и. на число N уже имеющихся в поле фотонов данной (lm)-моды (см. *Вынужденное испускание*). Однако это правило требует уточнения (нелинейного самосогласования) в сильных когерентных полях ($N \to \infty$), когда квантовая система деформируется фотонами (lm)-моды и её состояния нельзя рассматривать независимо от поля (см. *Нелинейная оптика*).

Для атомов и ядер, в к-рых энергия излучаемого кванта не превышает энергий покоя частиц, оценка вероятности спонтанного мультипольного перехода электрич. типа порядка l даёт

$$w^e(l) \sim \frac{2\pi e^2}{\hbar c}\frac{\omega(r_0\omega/c)^{2l}}{[(2l+1)!!l]^2}.$$

Для перехода магн. типа вероятность $w^m(l)$ меньше в $(g\hbar/m_\text{ч}cr_0)^2$ раз, где g — эффективный *g-фактор* частиц в атомной или ядерной системе ($g \sim 2$), $e\hbar/2m_\text{ч}c$ — *магнетон* Бора для этих частиц, $m_\text{ч}$ — масса частицы.

Размер атомов $r_0 \sim a_0/Z_\text{э}$, где a_0 — *Бора радиус*, $Z_\text{э}$ — эфф. заряд ядра; частоты переходов в атомах