разл. колебат. систем с симметрией эллипса. Введены Э. Матьё (E. Mathieu) в 1868.

Единого определения и единых обозначений для М. ф. не существует. Обычно под М. ф. (1-го рода) понимают периодические (с периодом 2π) решения ур-ния (1), удовлетворяющие граничным условиям

$$u(0) = u(\pi) = 0 \qquad (2)$$

[нечётные М. ф., обозначаемые $\mathrm{se}_n(z)$, где $n = 1, 2, \ldots$ — число нулей на интервале $0 \leqslant z < \pi$] или

$$\left.\frac{du}{dz}\right|_{z=0} = \left.\frac{du}{dz}\right|_{z=\pi} = 0 \qquad (3)$$

[чётные М. ф., обозначаемые $\mathrm{ce}_n(z)$, где $n = 0, 1, 2, \ldots$ — число нулей на интервале $0 \leqslant z < \pi$]. При $b \to 0$ эти ф-ции сводятся к тригонометрическим.

М. ф. существуют лишь в том случае, когда точка (a, b) в пространстве параметров ур-ния (1) лежит на границе зоны устойчивости, внутри к-рой решения ур-ния (1) ограничены. Граничные условия (2) и (3) определяют М. ф. с точностью до множителя, к-рый можно задать, выбрав надлежащие условия нормировки, напр.

$$\mathrm{ce}_n(0) > 0, \quad \int_0^{2\pi} \mathrm{ce}_n^2(z)\,dz = \pi,$$

$$\left.\frac{d\mathrm{se}_n}{dz}\right|_{z=0} > 0, \quad \int_0^{2\pi} \mathrm{se}_n^2(z)\,dz = \pi.$$

Менее распространены М. ф. 2-го рода — непериодические решения ур-ния (1), обозначаемые $\mathrm{fe}_n(z)$ и $\mathrm{ge}_n(z)$.

М. ф. можно получить и как решения интегрального ур-ния; они удовлетворяют соотношениям ортогональности, вытекающим из ур-ния (1) и граничных условий (2) и (3):

$$\int_{-\pi}^{\pi} \mathrm{ce}_m(z)\,\mathrm{ce}_n(z)\,dz = 0, \quad m \neq n;$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \mathrm{se}_m(z)\,\mathrm{se}_n(z)\,dz = 0, \quad m \neq n;$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \mathrm{ce}_m(z)\,\mathrm{se}_n(z)\,dz = 0.$$

М. ф. допускают разложение в ряды Фурье

$$\mathrm{ce}_m(z) = \sum_{r=0}^{\infty} A_{mr} \cos rz,$$

$$\mathrm{se}_m(z) = \sum_{r=0}^{\infty} B_{mr} \sin rz$$

(суммирование по чётным r для чётных m и по нечётным r для нечётных m), а также в ряды по ф-циям Бесселя и произведениям ф-ций Бесселя.

Модифицированные М. ф. (1-го рода) определены как

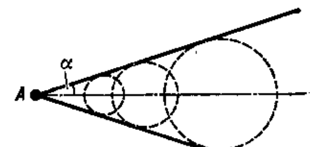
$$\mathrm{Ce}_n(z) = \mathrm{ce}_n(iz), \quad \mathrm{Se}_n(z) = -i\,\mathrm{se}_n(iz),$$

они удовлетворяют ур-нию, к-рое получается из ур-ния (1) при замене $\cos 2z$ на $\mathrm{ch}\, 2z$ (модифициров. ур-ние Матьё).

Лит.: Уиттекер Э. Т., Ватсон Д. Н., Курс современного анализа, пер. с англ., ч. 2, 2 изд., М., 1963; Мак-Лахлан Н. В., Теория и приложения функций Матьё, пер. с англ., М., 1953; Бейтмен Г., Эрдейи А., Высшие трансцендентные функции, пер. с англ., [т. 3], М., 1967.

Ю. А. Данилов.

МАХА КОНУС — конич. поверхность, ограничивающая в сверхзвуковом потоке газа область, в к-рой сосредоточены звуковые волны (возмущения), исходящие из точечного источника возмущений A (рис.). В однородном сверхзвуковом потоке газа угол α между образующими М. к. и его осью наз. углом Маха; он связан с *Маха числом* M соотношением $\sin\alpha = 1/M$. Поверхность М. к. является огибающей системы звуковых волн, распространяющихся от источника возмущений.



МАХА ЧИСЛО — один из критериев подобия в механике жидкости и газа. Представляет собой отношение скорости течения v в данной точке газового потока к местной скорости распространения звука a в движущейся среде — $M = v/a$ [назв. по имени австр. учёного Э. Маха (E. Mach)].

М. ч. является мерой влияния сжимаемости среды, т. е. относит. изменения её плотности $\Delta\rho/\rho$ под действием всесторонних сил давления p. Из законов термодинамики следует, что $\Delta\rho/\rho$ пропорционально $\Delta p/p$, а из *Бернулли уравнения* — $\Delta p \sim \rho v^2$, поэтому $\Delta\rho/\rho \sim \sim \Delta p/p \sim \rho v^2/p$. Т. к. скорость распространения звука $a \sim \sqrt{p/\rho}$, то $\Delta\rho/\rho \sim v^2/a^2 = M^2$, т. е. относит. изменение плотности в газовом потоке $\sim M^2$.

В несжимаемой жидкости $a \to \infty$ и $M \to 0$. С ростом М. ч. влияние сжимаемости усиливается. Напр., если считать газ несжимаемой жидкостью, то уже при скорости, соответствующей $M = 0{,}2$ ($v = 240$ км/ч при полёте в воздухе вблизи поверхности Земли), давление будет вычислено с ошибкой в 1%, плотность — с ошибкой в 2%; при $M = 1$ эти ошибки возрастут соответственно до 25% и 50%. Если движение газа неустановившееся, сжимаемость может оказывать заметное влияние при очень малых скоростях движения частиц газа (напр., при распространении звуковых волн).

Величина М. ч. принята за основу классификации течений газа: при $M \to 0$ газ можно считать несжимаемым, при $M < 1$ течения наз. дозвуковыми, при $M \approx 1$ — околозвуковыми, при $M > 1$ — сверхзвуковыми и при $M > 5$ — гиперзвуковыми.

Наряду с М. ч. используются и др. характеристики безразмерной скорости течения газа: коэф. скорости

$$\lambda = v/v_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{\gamma+1}{2}}\, M \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{-1/2}$$

и безразмерная скорость

$$\Lambda = v/v_{\text{макс}} = \sqrt{\frac{\gamma-1}{2}}\, M \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{-1/2},$$

где $v_{\text{кр}}$ — *критическая скорость*, $v_{\text{макс}}$ — макс. скорость в газе, $\gamma = c_p/c_V$ — отношение уд. теплоёмкостей газа при постоянных давлении и объёме соответственно.

М. ч. связано с др. *подобия критериями* — *Эйлера числом* Eu, *Рейнольдса числом* Re и *Кнудсена числом* Kn соотношениями $Eu = 2/\gamma M^2$, $Kn = M/Re$.

В акустике пользуются М. ч. $M_{\text{а}} = v/a$, или $M_{\text{а}}^2 = \Delta\rho/\rho$ (где v — амплитуда *колебательной скорости* частиц в звуковой волне, $\Delta\rho$ — избыточная плотность, обусловленная проходящей волной) для характеристики степени возмущения среды, вызванного распространением в ней звуковой волны. Поскольку предметом изучения акустики являются процессы, в к-рых возмущения среды малы, соответственно малы и значения М. ч. ($M_{\text{а}} \ll 1$); это условие является количественным критерием применимости акустич. представлений. Напр., для звука в воздухе, интенсивность к-рого соответствует громкому разговору, $M_{\text{а}} \approx 10^{-6}$.

С. Л. Вишневецкий.

МАЯТНИК — твёрдое тело, совершающее под действием приложенных сил колебания около неподвижной точки или оси. В физике под М. обычно понимают