щая в данном случае из линзы и участка пространства длиной f, имеет матрицу

$$\begin{vmatrix} 1 & f \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & f \\ -1/f & 1 \end{vmatrix};$$

тогда из (2) следует, что

$$u(x_2, y_2) = \frac{1}{i\lambda f} \exp\left\{ ik\left[L_0 + (x_2^2 + y_2^2)/2f\right]\right\} \times$$
$$\times \iint u(x_1, y_1) \exp\left[-ik(x_1 x_2 + y_1 y_2)/f\right] dx_1\, dy_1 .$$

Видно, что искомое распределение с точностью до вынесенного из-под интеграла фазового множителя является *фурье-образом* исходного распределения.

М. м. особенно широко используются в теории *оптических резонаторов* для составления интегральных ур-ний, к-рым удовлетворяют поля мод резонаторов, и для описания эволюции рождающихся во многих резонаторах пучков с «самовоспроизводящейся» (сохраняющей свою форму при распространении) структурой, простейшим из к-рых является гауссов. Распределение поля гауссова пучка ширины w с радиусом кривизны волнового фронта ρ пропорционально

$$\exp\left[-(x^2+y^2)/w^2\right] \exp\left[ik(x^2+y^2)/2\rho\right] =$$
$$= \exp\left[ik(x^2+y^2)/2\tilde{\rho}\right],$$

где $\tilde{\rho}$ — т. н. комплексный радиус кривизны, определяемый соотношением

$$\frac{ik}{2\tilde{\rho}} = \frac{ik}{2\rho} - \frac{1}{w^2}.$$

Подстановка этого распределения в (2) показывает, что гауссов пучок с исходным $\tilde{\rho}_1$ по прохождении любой оптич. системы остаётся гауссовым, имея на выходе системы

$$\tilde{\rho}_2 = (A\tilde{\rho}_1 + B)/(C\tilde{\rho}_1 + D); \qquad (4)$$

ф-ла (4) обычно наз. «законом $ABCD$».

Соотношения (2) — (4), описывающие прохождение пучка света через оптич. системы с учётом дифракции, остаются справедливыми и в тех случаях, когда оптич. система содержит гауссовы диафрагмы с амплитудным пропусканием, пропорциональным $\exp[-(x^2 + y^2)/w_0^2]$, либо участки «линзоподобной» среды с комплексным n_2 (что соответствует наличию поглощения или усиления, квадратично зависящего от поперечных координат). Матрица системы при этом вычисляется по обычным правилам с подстановкой матриц гауссовых диафрагм вида

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2ik^{-1}w_0^{-2} & 1 \end{vmatrix}$$

и матриц участков «линзоподобной» среды с комплексным показателем преломления, для к-рых остаются справедливыми прежние ф-лы при условии подстановки в них комплексного n_2. Поскольку эти матрицы комплексны, комплексной становится и матрица оптич. системы, включающей такие элементы, полностью теряя свой геом. смысл; чтобы это подчеркнуть, комплексные матрицы, в отличие от лучевых, нередко наз. в о л н о в ы м и м а т р и ц а м и. Теряя экстремальные свойства, перестаёт быть оптич. расстоянием и величина, определяемая ф-лой (3); в подобных случаях её наз. к о м п л е к с н ы м э й к о н а л о м.

Аналогичный матем. аппарат с матрицами 4×4 используется как в геом., так и в дифракц. приближениях для систем с астигматич. элементами.

М. м. применяются также для описания преобразования поляризац. характеристик света при его прохождении через системы, содержащие двулучепреломляющую среду, поляризаторы и т. п. (см. *Джонса матричный метод* и *Мюллера матрица*).

Лит.: Д ж е р р а р д А., Б ё р ч Д ж. М., Введение в матричную оптику, пер. с англ., М., 1978; А н а н ь е в Ю. А., Оптические резонаторы и лазерные пучки, М., 1990.

Ю. А. Ананьев.

МА́ТРИЧНЫЙ ЭЛЕМЕ́НТ в к в а н т о в о й м е х а н и к е — элемент матрицы квантовомеханич. *оператора*, взятый в определ. представлении (см. *Представлений теория*). Амплитуды квантовых переходов между начальным и конечным состояниями физ. системы определяются в общем случае матричными элементами S-матрицы (см. *Матрица рассеяния*). В теории возмущений амплитуды переходов выражаются через М. э. оператора энергии возмущения (см. *Возмущений теория*). Вероятности переходов пропорциональны квадратам соответствующих М. э.

МА́ТТИССЕНА ПРА́ВИЛО [установлено Л. Маттиссеном (L. Matthiessen) в 1864] — эмпирич. правило, к-рое состоит в том, что общее сопротивление кристаллич. металлич. образца $\rho(T)$ есть сумма сопротивления $\rho_ф(T)$, обусловленного рассеянием электронов проводимости на тепловых колебаниях решётки (фононах), и сопротивления ρ_0, связанного с присутствием в металле примесных атомов и др. дефектов кристаллич. решётки: $\rho(T) = \rho_ф(T) + \rho_0$. Величина $\rho_ф$ обращается в 0 при $T = 0$ К, ρ_0 определяет т. н. остаточное сопротивление *металла* при $T = 0$ К. Сопротивление ρ_0 представляет собой столь чувствит. характеристику совершенства образца, что чистоту металла определяют величиной $r = R_{300\text{К}}/R_{4,2\text{К}}$. Для чистых Cu и Al достигается $r > 10^5$, однако для нек-рых металлов $r < 10^3$. Согласно *Блоха — Грюнайзена формуле*, рассеяние электронов на фононах приводит к зависимости $\rho_ф(T) \sim T$ при $T \gg \vartheta_Д$ и $\rho_ф(T) \sim T^5$ при $T \ll \vartheta_Д$, где $\vartheta_Д$ — *Дебая температура*. Однако при низких темп-рах наблюдается более сложная зависимость. Напр., для Al $\rho \sim T^3$ при $T = 8 \div 20$ К, для K $\rho \sim e^{-20/T}$ при $T = 2 \div 6$ К, для Li $\rho \sim T^2$ при $T = 1 \div 10$ К, для Ag $\rho \sim T^4$ при $T = 2 \div 7$К, для Cu и Au $\rho \sim T^4$ при $T = 3 \div 7$ К.

М. п. справедливо, если процессы решёточного и примесного рассеяний независимы и изотопны. В действительности необходимо учитывать корреляцию между ними. Значит. отклонение от М. п. связано с зависимостью $\rho_0(T)$ в области низких темп-р. Такие отклонения происходят по неск. причинам: 1) примесь вносит локальное искажение решётки, что приводит к неупругому рассеянию электронов на квазилокальных и локальных колебаниях решётки; 2) примесь часто влияет на упругие константы, соответственно меняется и колебат. спектр решётки; 3) примесь действует на зонную структуру, сдвигая уровень Ферми, изменяя *плотность состояний* и *эффективную массу* носителей заряда; 4) нек-рые дефекты, напр. *дислокации*, рассеивают анизотропно; 5) неупругость столкновений электронов особенно существенна в металлах с разбавленными магн. примесями, т. к. обусловливает *Кондо эффект*. Это приводит к минимуму в зависимости $\rho(T)$ при низких темп-рах.

Лит.: Л и ф ш и ц И. М., А з б е л ь М. Я., К а г а н о в М. И., Электронная теория металлов, М., 1971; Б л а т т Ф., Физика электронной проводимости в твердых телах, пер. с англ., М., 1971; D u g d a l e J. S., The electrical properties of metal and alloys, L., 1977; K a v e h M., W i s e r N., Electron-electron scattering in conducting materials, «Adv. Phys.», 1984, v. 33, p. 257; W i s e r N., The electrical resistivity of the simple metals, «Contemp. Phys.», 1984, v. 25, p. 211.

Н. А. Бабушкина.

МАТЬЕ́ ФУ́НКЦИИ — специальные ф-ции типа удовлетворяющих дифференц. ур-нию

$$d^2u/dz^2 + (a + b\cos 2z) = 0 \qquad (1)$$

(у р - н и е М а т ь ё, частный случай *Хилла уравнения*), к-рое получается при разделении в эллиптич. координатах переменных в *Гельмгольца уравнении*, стационарном ур-нии Шрёдингера и в матем. моделях