т. к. это преобразование сводится к изменению единицы длины. При масштабном преобразовании сильно флуктуирующие величины преобразуются согласно закону

$$A(x) \to \lambda^{\Delta}{}_A A(\lambda x), \qquad (1)$$

где Δ_A — *критический показатель* оператора $A(x)$.

Существует бесконечный набор локальных неприводимых операторов $A_k(x)$, к-рые получаются из $\varphi_i(x)$, грубо говоря, «возведением в степень» и дифференцированием по координатам x и к-рые преобразуются при масштабном преобразовании в соответствии с законом (1). Критич. показатели Δ_A зависят от размерности пространства d, от числа компонент n параметра порядка, от конкретного вида оператора $A_k(x)$, но не зависят от структуры вещества на межатомных расстояниях.

Неизменность равновесного распределения критич. флуктуаций при масштабном преобразовании приводит к след. тождествам Уорда для корреляц. ф-ций:

$$K^{A_1\ldots A_n}(x_1\ldots x_n) = \langle A_1(x_1)\ldots A_n(x_n)\rangle = \\ = \lambda^{\Delta_{A_1}+\ldots+\Delta_{A_n}} K^{A_1\ldots A_n}(\lambda x_1\ldots\lambda x_n). \qquad (2)$$

Для важного случая парных корреляц. ф-ций тождества (2) в сочетании с соображениями инвариантности относительно трансляций и вращений полностью определяют вид этих ф-ций:

$$K^{A_1A_2}(x_1 - x_2) = Z_{A_1A_2}|x_1 - x_2|^{-(\Delta_{A_1}+\Delta_{A_2})},$$

где $Z_{A_1A_2}$ — константы. Парные корреляц. ф-ции в нек-рых случаях можно измерить экспериментально; напр., эксперименты по рассеянию света в критич. точке жидкость — пар позволяют получить информацию о парной корреляц. ф-ции плотности вещества.

Небольшое изменение темп-ры или включение слабого внеш. поля (магн. поля, давления и т. п.) выводит систему из точки фазового перехода. Корреляц. радиус становится конечным, хотя и превышает межатомное расстояние a. Зависимость r_c от внеш. поля h и приведённой темп-ры $\tau = (T - T_c)/T_c$ также определяется законами подобия. Если $h = 0$, а $\tau \neq 0$:

$$r_c(\tau) \sim |\tau|^{-\nu}, \quad \nu = (d - \Delta_{\mathscr{E}})^{-1}, \qquad (3)$$

где $\Delta_{\mathscr{E}}$ — критич. показатель оператора плотности энергии. Если $\tau = 0$, а $h \neq 0$:

$$r_c(h) \sim |h|^{-\mu}, \quad \mu = (d - \Delta_\varphi)^{-1}. \qquad (4)$$

Здесь Δ_φ — критич. показатель параметра порядка.

Ясно, что поведение парных корреляц. ф-ций для расстояний $a \ll |x_1 - x_2| \ll r_c$ будет таким же, как и в точке фазового перехода, а при $|x_1 - x_2| \gg r_c$ корреляц. ф-ции экспоненциально убывают. Поэтому для сингулярной части теплоёмкости C получаем оценку:

$$C \sim [r_c(\tau,h)]^{d-2\Delta_{\mathscr{E}}}. \qquad (5)$$

Восприимчивость системы χ определяется корреляц. ф-цией параметра порядка:

$$\chi \sim [r_c(\tau,h)]^{d-2\Delta_\varphi}. \qquad (6)$$

При $T < T_c$ появляется отличное от нуля среднее $\langle\varphi_i(x)\rangle = \varphi_s$, причём вблизи точки перехода

$$\varphi_s \sim [r_c(\tau,h)]^{-\Delta_\varphi}. \qquad (7)$$

Ф-лы (3)—(7) показывают, что поведение сингулярной части теплоёмкости, восприимчивости и параметра порядка вблизи T_c в случаях, когда либо τ, либо h равны нулю, определяется двумя критич. индексами Δ_φ и $\Delta_{\mathscr{E}}$. Критич. индексы Δ_φ, $\Delta_{\mathscr{E}}$ и т. п. приближённо вычислены методом *эпсилон-разложения*.

Лит.: Паташинский А. З., Покровский В. Л., Флуктуационная теория фазовых переходов, 2 изд., М., 1982; Вильсон К., Когут Дж., Ренормализационная группа и ε-разложение, пер. с англ., М., 1975. *С. Б. Хохлачёв.*

МАСШТАБНЫЙ ФАКТОР (фактор расширения) — в релятивистской космологии величина $R(t)$, показывающая, как с течением времени t меняется расстояние между фиксиров. частицами в деформирующейся (расширяющейся) Вселенной. В однородных изотропных моделях Вселенной (см. *Космологические модели*) элемент 4-мерного интервала s может быть записан в виде $ds^2 = c^2dt^2 - dl^2$, где квадрат элемента длины

$$dl^2 = R^2(t)\gamma_{ik}(x^l)dx^idx^k. \qquad (1)$$

Здесь x^l — пространственные координаты; индексы i, k, l пробегают значения 1, 2, 3; по дважды встречающимся индексам осуществляется суммирование; $\gamma_{ik}(x^l)$ — пространственный метрический тензор, описывающий геометрию однородного изотропного 3-мерного пространства. Ф-ция $R(t)$ определена с точностью до пост. множителя. Обычно в космич. моделях с отличной от нуля кривизной пространства величину $R(t)$ выбирают равной модулю радиуса кривизны 3-мерного пространства для любого фиксиров. момента времени, в этом случае x^l — безразмерные пространственные координаты. О поведении $R(t)$ как ф-ции времени см. в ст. *Космология*. В анизотропных однородных космологич. моделях деформация среды может зависеть от направления, и тогда М. ф., вообще говоря, различается вдоль разных пространственных осей координат.

В случае изотропного расширения Вселенной величина

$$\frac{1}{R}\frac{dR}{dt} \equiv H(t) \qquad (2)$$

характеризует скорость относит. изменения линейных масштабов в *сопутствующей системе отсчёта*. Параметр $H(t)$ наз. постоянной Хаббла (см. *Хаббла закон*). Соотношение (2) показывает, что расширению Вселенной отвечает значение $H(t) > 0$. Ф-ции $R(t)$ и $H(t)$ описывают эволюцию Вселенной. Эти ф-ции определяются из решений космологич. ур-ний и данных астр. наблюдений.

Лит.: Зельдович Я. Б., Новиков И. Д., Строение и эволюция Вселенной, М., 1975; Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж., Гравитация, пер. с англ., т. 2, М., 1977. *И. Д. Новиков.*

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МАЯТНИК — см. *Маятник.*

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОЖИДАНИЕ (среднее значение) случайной величины — числовая характеристика случайной величины. Если $X = X(\omega)$ — случайная величина, заданная на вероятностном пространстве (Ω, F, P) (см. *Вероятностей теория*), то её М. о. MX (или EX) определяется как интеграл Лебега:

$$MX = \int_\Omega X(\omega)P(d\omega) = \int_R xP_X(dx),$$

где $P_X(-\infty, x) = P(X < x)$ — распределение вероятностей величины X, R — множество значений X. Если распределение X дискретно $[P(X = x_i) = p_i, \ \sum_i p_i = 1]$ или имеет непрерывное распределение с плотностью вероятностей $f(x)$, то соответственно

$$MX = \sum_i x_ip_i \quad \text{или} \quad MX = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx.$$

Аналогично определяют М. о. и для случайных величин со значениями в векторных пространствах.

Операция вычисления М. о. линейна и монотонна, для неслучайной величины X получим $MX = X$. Если величины X и Y независимы, то $MXY = MX \times \times MY$. Существование у случайной величины X М. о. равносильно тому, что ср. арифметические значения в длинном ряду $X_1, X_2\ldots$ независимых реализаций X стремятся к определённой неслучайной величине: $n^{-1}(X_1 + \ldots + X_n) \to MX$ при $n \to \infty$ с вероятностью 1 (*больших чисел закон*).