задающий генератор. Для стабилизации фазы ВЧ-колебаний применяются системы автоматич. регулирования. Фокусировка пучка осуществляется продольными магн. полями, создаваемыми соленоидами. Одно из ограничений, накладываемых на интенсивность пучка электронов, особенно в ЛУЭ на большие энергии, связано с паразитными волнами, возбуждаемыми пучком в диафрагмиров. волноводе и раскачивающими пучок в поперечной плоскости (т. н. эффект обрыва импульса). Для подавления этого эффекта разработан ряд инженерных методов. ЛУЭ могут практически без переделок ускорять также пучки позитронов. Созданы ЛУЭ на стоячей волне (энергия до 20 МэВ, импульсный ток до 0,1 А), к-рые нашли применение в медицине и дефектоскопии.

Лит.: Вальднер О. А., Власов А. Д., Шальнов А. В., Линейные ускорители, М., 1969; Линейные ускорители ионов, под ред. Б. П. Мурина, т. 1—2, М., 1978; Вахрушин Ю. П., Анацкий А. И., Линейные индукционные ускорители, М., 1978; Капчинский И. М., Теория линейных резонансных ускорителей, М., 1982.

Б. П. Мурин.

ЛИНЕЙНЫЙ ОПЕРАТОР A в *векторном пространстве* L — отображение, сопоставляющее каждому вектору e нек-рого множества D (содержащегося в L и наз. областью определения Л. о.) др. вектор, обозначаемый Ae (и называемый значением Л. о. на векторе e). Выполнены след. условия: 1) D — линейное множество, т. е. для любых его элементов e_1 и e_2 и любых комплексных чисел λ_1 и λ_2 вектор $\lambda_1 e_1+\lambda_2 e_2$ также принадлежит D; 2) Л. о. переводит линейную комбинацию векторов в ту же линейную комбинацию соответствующих значений: $A(\lambda_1 e_1+\lambda_2 e_2)=\lambda_1 Ae_1+\lambda_2 Ae_2$.

Примеры Л. о.: *матрица* $A=(a_{ij})$, действующая в n-мерном евклидовом пространстве по правилу $(Ae)_i=\sum_{j=1}^{n} a_{ij}e_j$, где векторы — столбцы комплексных чисел; *дифференциальный оператор* $A=a_0+a_1 d/dx+\ldots+a_n d^n/dx^n$, определённый равенством $(Af)(x)=a_0 f(x)+a_1 df(x)/dx+\ldots+a_n d^n f(x)/dx^n$; *интегральный оператор* A, определённый соотношением $(Af)(x)=\int dy A(x, y) f(y)$.

Конечномерные пространства. В конечномерном пространстве Л. о. можно определить на всех векторах и задать нек-рой матрицей (a_{ij}). Если $e_1, e_2, \ldots, e_n$ — ортонормированный базис, то $a_{ij}=(e_i, Ae_j)$, где (e, f) — скалярное произведение векторов e и f. Если для нек-рого вектора e и комплексного числа λ выполнено равенство $Ae=\lambda e$, то e наз. собственным вектором (собственной функцией), а λ — собственным значением оператора A. Совокупность всех собств. значений наз. дискретным спектром, а множество собств. векторов, отвечающих нек-рому собств. значению λ, — собств. подпространством Л. о.

Конечномерный Л. о. U наз. унитарным, если унитарна его матрица (u_{ij}), т. е. если $\sum_k u_{ik}u^*_{jk}=\delta_{ij}$, где $\delta_{ij}=0$ при $i\neq j$, и $\delta_{ii}=1$. Унитарным является, напр., оператор поворота плоскости на угол φ. Собств. значения унитарного Л. о. лежат на единичной окружности в комплексной плоскости, т. е. $\lambda=\exp(i\alpha)$, где α — вещественное число. Унитарные Л. о. оставляют неизменными длины векторов и углы между ними, т. е. сохраняют скалярное произведение: $(e, f)=(Ue, Uf)$. Унитарные конечномерные Л. о. используют для описания разл. симметрий физ. систем. Совокупность соответствующих Л. о. образует *представление группы* симметрии.

Конечномерный оператор A^+ наз. сопряжённым к A, если матрицы этих операторов связаны соотношениями $a^+_{ij}=a^*_{ji}$, т. е. матрица A^+ получается из матрицы A в результате транспонирования и комплексного сопряжения. Если $A^+=A$, то A наз. самосопряжённым или эрмитовым. Пример самосопряжённых конечномерных Л. о. — *Паули матрицы*, т. е. операторы спина в квантовой механике. Самосопряжённый Л. о. обладает важным свойством вещественности: $(e, Ae)=(e, Ae)^*$. Все собств. значения самосопряжённого оператора также вещественны, а собств. векторы, отвечающие разл. собств. значениям, попарно ортогональны. Ортонормированный базис в конечномерном пространстве можно составить из собств. векторов $e_1, e_2, \ldots, e_n$ самосопряжённого Л. о. A. В этом базисе матрица Л. о. A диагональна: $a_{ij}=\lambda_i\delta_{ij}$.

Произведение (AB) Л. о. A и B определяется результатом последоват. применения к вектору e операторов B и A, т. е. $(AB)e=A(Be)$. Произведение операторов, вообще говоря, не перестановочно: $AB\neq BA$. Величина $AB-BA=[A, B]$ наз. коммутатором Л. о. A и B. Если Л. о. коммутируют, т. е. $[A, B]=0$, то Л. о. A и B можно одновременно привести к диагональному виду, т. е. в пространстве существует такой ортонормиров. базис, что каждый его элемент является собственным для A и для B.

Самосопряжённый Л. о. P наз. проекционным оператором или проектором, если $P^2=P$. Для каждого проектора найдётся такое подпространство L_P пространства L, что $Pe=e$, если e принадлежит L_P, и $Pe=0$, если e принадлежит ортогональному дополнению L_P. Всякий конечномерный самосопряжённый оператор A можно представить в виде $A=\sum_i \lambda_i P_i$, где суммирование проводится по всем собств. значениям λ_i, а P_i — проектор на собств. подпространство, отвечающее λ_i. Это равенство наз. спектральным разложением конечномерного самосопряжённого оператора, оно позволяет строить разл. ф-ции $f(A)$ от самосопряжённого Л. о. A: $f(A)=\sum f(\lambda_i)P_i$. Всякий унитарный Л. о. U в конечномерном пространстве допускает представление $U=\exp(iA)$, где A — эрмитов Л. о. Если семейство U реализует представление группы симметрии, то соответствующее семейство самосопряжённых Л. о. A задаёт представление *Ли алгебры* этой группы.

Бесконечномерные пространства. В бесконечномерном *гильбертовом пространстве* Л. о., вообще говоря, нельзя определить на всех векторах. Обычно область определения D, не исчерпывая всего L, является всюду плотной (т. е. любой вектор из L можно с заданной точностью приблизить вектором из D). На всём пространстве можно задать только т. н. ограниченные (непрерывные) операторы. Л. о. A наз. ограниченным, если существует такая константа C, что для всех векторов e из D выполнено неравенство $(Ae, Ae)\leqslant C(e, e)$. Для неограниченного Л. о. усложняется понятие сопряжённости (подробнее см. *Эрмитов оператор*). В бесконечномерном случае Л. о. помимо дискретного могут иметь и непрерывный спектр. Число λ наз. точкой непрерывного спектра, если найдётся такая последовательность $e_1, e_2, \ldots, e_i, \ldots$ нормированных векторов, что все они ортогональны каждому собств. вектору оператора A, а при $i\to\infty$ норма векторов $Ae_i-\lambda e_i$ стремится к нулю. Непрерывный и дискретный спектры оператора могут пересекаться. Объединение дискретного и непрерывного спектров наз. просто спектром. Спектр самосопряжённого Л. о. всегда веществен. Видоизменяется спектральное разложение самосопряжённого Л. о.: каждому интервалу вещественной оси от λ до $\lambda+d\lambda$ сопоставляется нек-рый проектор $dP(\lambda)$. Подпространство, на к-рое проектирует этот проектор, содержит все собств. подпространства оператора A, отвечающие собств. числам λ_0, таким, что $\lambda<\lambda_0<\lambda+d\lambda$, а также подпространство, ответственное за появление непрерывного спектра в интервале от λ до $\lambda+d\lambda$.

Оказывается, что $A=\int \lambda dP(\lambda)$, где интеграл является пределом соответствующих сумм Дарбу, а интегриро-