действующий на гладкие ф-ции $f(x_1, \ldots, x_n)$, определённые в евклидовом пространстве $\mathbb{R}^n$ с декартовыми координатами $x_1, \ldots, x_n$ (или в нек-рой его части G). Л. о. инвариантен относительно ортогональных преобразований координат в $\mathbb{R}^n$, т. е. преобразований $x'_i = \sum_k s_{ik} x_k$ с ортогональной матрицей s_{ik}. Естеств. обобщением Л. о. на случай риманова пространства с метрикой $ds^2 = \sum_{i,j} g_{ij} dx_i dx_j$, где g_{ij} — метрический тензор, $x_1, \ldots, x_n$ — локальные координаты, служит оператор Бельтрами — Лапласа

$$\Delta f = -g^{-1/2} \sum_{i,j} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(g^{1/2} g^{ij} \frac{\partial f}{\partial x_j}\right),$$

где матрица $g^{ij} = g_{ij}^{-1}$, а $g = \det \| g_{ij} \|$. *Р. А. Минлос.*

ЛАПЛА́СА ПРЕОБРАЗОВА́НИЕ — *интегральное преобразование*

$$F(k) = \int_L f(z) e^{-kz} dz,$$

где интегрирование ведётся по контуру L в комплексной плоскости переменной $z = x + iy$, ставящее в соответствие ф-ции $f(z)$, определённой и интегрируемой на L, аналитич. ф-цию $F(k)$ комплексной переменной $k = q + ip$. Л. п. в более узком смысле определяют на полуоси $[0, \infty]$:

$$F(k) = \int_0^\infty f(x) e^{-kx} dx. \qquad (*)$$

В физ. приложениях чаще встречается именно такое одностороннее Л. п.: переменная x имеет обычно смысл времени, а функция $f(x)$ описывает реакцию системы на внеш. воздействие, начинающееся с момента $x=0$ (в двустороннем Л. п. интегрирование проводится по всей оси). Согласно физ. *причинности принципу*, реакция не может опережать воздействие, и $f(x)=0$ для $x<0$. Поскольку Л. п. даёт в этом случае ф-цию $F(k)$, аналитическую при $q>0$, можно использовать аппарат теории аналитич. ф-ций для матем. анализа разл. явлений в оптике, электродинамике сплошных сред, теории электрич. цепей, гидродинамике, сейсмологии и др. (см. *Дисперсионные соотношения*). Л. п. введено П. Лапласом (1812), впоследствии использовано для обоснования операционного исчисления, введённого О. Хевисайдом (O. Heaviside).

Л. п. тесно связано с *Фурье преобразованием*: ф-лу (*) можно рассматривать как преобразование ф-ции Фурье $\varphi(x) = f(x)\exp(-qx)$, обращающейся в 0 при $x<0$. При нек-рых дополнит. условиях справедлива след. ф-ла для обратного Л. п.:

$$f(x+i0) + f(x-i0) = (\pi i)^{-1} \lim_{R\to\infty} \int_{q-iR}^{q+iR} F(k) \exp(kx)\, dk.$$

В релятивистской физике причинность формулируется в терминах релятивистской инвариантности. В простейшем случае локального воздействия, начинающегося в момент $x_0=0$ в точке $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3) = 0$, реакция на него может быть отличной от нуля лишь в конусе $V_+ = \{x_0^2 \geqslant \boldsymbol{x}^2,\ x_0 \geqslant 0\}$. Обобщающее (*) многомерное Л. п.

$$F(k_\mu) = \int_{V_+} f(x_\mu) \exp(-k_0 x_0 + \boldsymbol{k}\boldsymbol{x})\, dx_0\, d\boldsymbol{x}$$

даёт ф-цию комплексного 4-вектора k_μ, $\mu = 0, 1, 2, 3$, аналитическую в трубчатой области $-\infty < p_\mu < +\infty$, $q_0^2 > \boldsymbol{q}^2$, $q_0 > 0$. Отсюда следуют аналитич. свойства амплитуд рассеяния (см. *Дисперсионных соотношений метод*) в квантовой теории поля.

Лит.: Лаврентьев М. А., Шабат Б. В., Методы теории функций комплексного переменного, 5 изд., М., 1987; Диткин В. А., Прудников А. П., Интегральные преобразования и операционное исчисление, 2 изд., М., 1974; Владимиров В. С., Обобщенные функции в математической физике, 2 изд., М., 1979. *В. П. Павлов.*

ЛАПЛА́СА УРАВНЕ́НИЕ — дифференциальное ур-ние $\Delta f = 0$, где Δ — *Лапласа оператор*, а ф-ция $f(x_1, \ldots, x_n)$ отыскивается во всём пространстве $\mathbb{R}^n$ или в его части G. Решения Л. у. наз. *гармоническими функциями*. Каждое решение Л. у. в огранич. области G однозначно выделяется краевыми условиями, накладываемыми на поведение решения (или его производных) на границе ∂G области G. Если решение отыскивается во всём пространстве $\mathbb{R}^n$, краевые условия сводятся к предписанию нек-рой асимптотики для f при $x_1, \ldots, x_n \to \infty$. Задача о нахождении таких решений наз. краевой задачей. Чаще всего встречаются *Дирихле задача*, когда на границе задано значение самой ф-ции f, и *Неймана задача*, когда задано значение производной f по нормали к границе. В случае $n=2$, когда $\mathbb{R}$ можно отождествить с комплексной плоскостью $\mathbb{C}$, всякая гармонич. ф-ция $f(x_1, x_2)$ в области $G \subset \mathbb{C}$ является вещественной частью нек-рой аналитич. ф-ции $w(z)$ в этой области $(z = x_1 + ix_2)$. Это обстоятельство позволяет использовать при изучении Л. у. методы теории аналитич. ф-ций. Соответствующее Л. у. неоднородное ур-ние наз. *Пуассона уравнением*. Л. у. описывает стационарное распределение потенциала (электрич., гравитац. и др. полей) в однородной среде без источников внутри области G. *Р. А. Минлос.*

ЛАПЛАСИА́Н — то же, что *Лапласа оператор*.

ЛА́РМОРА ПРЕЦЕ́ССИЯ — *прецессия* системы заряж. частиц (как целого), состоящей из частиц с одинаковым отношением $q_i/m_i = q/m$, совершающих нерелятивистское финитное движение в слабом магн. поле $\boldsymbol{H}$ (q_i и m_i — заряд и масса i-й частицы). Прецессия осуществляется вокруг направления магн. поля с угл. скоростью $\omega_L = qH/2mc$, к-рая наз. частотой Лармора (иногда частотой Лармора наз. вдвое бо́льшую величину — *гиромагнитную частоту*). Финитность (т. е. ограниченность в пространстве) движения достигается, напр., за счёт центрально-симметричного электрич. поля. Эти утверждения составляют теорему Лармора: движение такой системы зарядов в слабом магн. поле эквивалентно поведению их в системе отсчёта, равномерно вращающейся с угл. скоростью ω_L. Действительно, во вращающейся системе отсчёта на частицы дополнительно действуют сила Кориолиса $F_{\text{К}} = 2m_i[\boldsymbol{v}_i\boldsymbol{\omega}]$ ($\boldsymbol{v}_i$ — скорость частицы) и центробежная сила, пропорциональная ω^2, к-рой при достаточно малых ω можно пренебречь по сравнению с $F_{\text{К}}$. При $\boldsymbol{\omega} = -q\boldsymbol{H}/2mc$ сила Кориолиса компенсирует силу Лоренца $F_{\text{Л}} = q_i[\boldsymbol{v}_i\boldsymbol{H}]/c$, действующую на заряж. частицы. Т. о., в такой равномерно вращающейся системе отсчёта движение частиц совпадает с их движением в покоящейся системе отсчёта в отсутствие магн. поля. Следовательно, движение такой системы частиц в магн. поле сводится к вращению её как целого с частотой ω_L. Применимость теоремы Лармора ограничена одинаковым значением q_i/m_i для всех заряж. частиц и малостью магн. поля. Последнее ограничение вызвано необходимостью малости центробежной силы $m_i[\boldsymbol{\omega}_L[\boldsymbol{r}_i\boldsymbol{\omega}_L]]$ ($\boldsymbol{r}_i$ — радиус-вектор частицы) по сравнению с силой Кориолиса. В терминах частот это условие означает малость ω_L по сравнению с собств. частотами финитного движения.

Физ. природа Л. п. связана с усреднённым воздействием силы Лоренца на быстро осциллирующие заряж. частицы. Если, напр., невозмущённое движение заряда представляет собой вращение с угл. скоростью ω_0 и радиусом орбиты r_0, то это приводит к появлению орбитального магн. момента $p^m = (1/2c)qr_0^2\omega_0$ и механич. момента $M = m\omega_0^2 r_0$. Под действием слабого внеш. магн. поля $\boldsymbol{H}$ в первом приближении по малому параметру