координатном представлении вид гауссова волнового пакета (см. *Гаусса распределение*):

$$\psi_\alpha(x)=\pi^{-1/4}l^{-1/2}\exp\left(-\frac{x^2}{2l^2}-\frac{|\alpha|^2}{2}+\frac{\sqrt{2}\alpha x}{l}-\frac{\alpha^2}{2}\right).$$

Здесь $l=(\hbar/m\omega)^{1/2}$, α — любое комплексное число, действит. часть к-рого связана со ср. значением оператора координаты $(\hat{x})$ в состоянии $|\alpha\rangle$: $\mathrm{Re}\,\alpha=\langle\alpha|\hat{x}|\alpha\rangle/\sqrt{2}\,l$, а мнимая — со ср. значением оператора импульса $(\hat{p})$: $\mathrm{Im}\,\alpha=l\langle\alpha|\hat{p}|\alpha\rangle/\sqrt{2}\,\hbar$. Т. о., положение центра x_c гауссова пакета в К. с. определяется числом α: $x_c=\sqrt{2}\,l\,\mathrm{Re}\,\alpha$. В импульсном представлении волновая ф-ция К. с. также имеет вид гауссова пакета:

$$\psi_\alpha(p)=\pi^{-1/4}\left(\frac{l}{\hbar}\right)^{1/2}\times$$
$$\times\exp\left(-\frac{p^2l^2}{2\hbar^2}-\frac{|\alpha|^2}{2}+\frac{\sqrt{2}\alpha pl}{\hbar}-\frac{\alpha^2}{2}\right).$$

Вместо операторов $\hat{x}$ и $\hat{p}$ удобно ввести операторы уничтожения $\hat{a}$ и рождения $\hat{a}^+$:

$$\hat{a}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\hat{x}}{l}+\frac{i\hat{p}l}{\hbar}\right),\quad \hat{a}^+=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\hat{x}}{l}-\frac{i\hat{p}l}{\hbar}\right)$$

(крест означает эрмитово сопряжение). Название операторов связано с тем, что действие $\hat{a}^+$ на состояние $|n\rangle$ гармонич. осциллятора с заданной энергией $\mathscr{E}_n=\omega(n+{}^1/_2)$ $(n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots)$ переводит осциллятор в возбуждённое состояние $|n+1\rangle$, увеличивая его энергию на квант энергии $\hbar\omega$, а действие $\hat{a}$ на $|n\rangle$ уменьшает его энергию на этот же квант.

К. с. $|\alpha\rangle$ является собственным состоянием оператора уничтожения:

$$\hat{a}\,|\alpha\rangle=\alpha\,|\alpha\rangle.$$

Оно получается действием унитарного оператора $\hat{D}(\alpha)=\exp(\alpha\,\hat{a}^+-\alpha^*\hat{a})$ на вектор осн. (вакуумного) состояния $|0\rangle$, $|\alpha\rangle=\hat{D}(\alpha)|0\rangle$, $\hat{a}|0\rangle=0$ (звёздочкой помечено комплексное сопряжение). $\hat{D}(\alpha)$ наз. оператором сдвига, т. к. он смещает центр волнового пакета на величину $\sqrt{2}\,\alpha l$.

Скалярное произведение двух векторов К. с. (или матричный элемент единичного оператора в представлении К. с.) имеет вид

$$\langle\alpha\,|\,\beta\rangle=\exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}-\frac{|\beta|^2}{2}+\alpha^*\beta\right)$$

и не равно нулю при $\alpha\neq\beta$, т. е. К. с. неортогональны. Однако квадрат модуля скалярного произведения

$$|\langle\alpha\,|\,\beta\rangle|^2=\exp(-|\alpha-\beta|^2)$$

очень быстро стремится к нулю при $|\alpha-\beta|\gg1$, что физически отвечает уменьшению перекрытия двух волновых пакетов, центры к-рых раздвигаются (поскольку α и β определяют центры этих пакетов).

По состояниям $|n\rangle$ с заданной энергией К. с. разлагается в ряд:

$$|\alpha\rangle=\exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}\,|n\rangle.$$

Это означает, что $\exp(|\alpha|^2/2)|\alpha\rangle$ является производящей ф-цией для состояний $|n\rangle$.

Ср. значение энергии осциллятора в К. с. $|\alpha\rangle$ определяется ф-лой

$$\mathscr{E}_\alpha=\hbar\omega\,(|\alpha|^2+{}^1/_2),$$

а распределение по уровням энергии является распределением Пуассона:

$$\mathscr{P}_\alpha(n)=\exp(-|\alpha|^2)\,\frac{|\alpha|^{2n}}{n!}.$$

При этом эволюция К. с. задаётся ф-лой

$$|\alpha\rangle\to e^{-i\omega t/2}\,|\alpha e^{-i\omega t}\rangle.$$

К. с. $|\alpha\rangle$ образуют полную, точнее переполненную, систему векторов состояний; разложение единичного оператора $\hat{I}$ имеет вид

$$\hat{I}=\pi^{-1}\iint\limits_{-\infty}^{\infty}d(\mathrm{Re}\,\alpha)\,d(\mathrm{Im}\,\alpha)\,|\alpha\rangle\langle\alpha|.$$

Произвольный вектор состояния $|\Psi\rangle$ может быть разложен по К. с.:

$$|\Psi\rangle=\pi^{-1}\iint\limits_{-\infty}^{\infty}|\alpha\rangle\langle\alpha\,|\,\Psi\rangle\,d(\mathrm{Re}\,\alpha)\,d(\mathrm{Im}\,\alpha).$$

В квантовой теории поля система частиц с целым спином — бозонов (фотонов, π-мезонов и т. д.) — описывается как бесконечный набор квантовых гармонич. осцилляторов. Возбуждённому состоянию осциллятора $|n\rangle$ отвечает при этом совокупность n бозонов с энергией $\hbar\omega$. В этом случае оператор уничтожения $\hat{a}$ уменьшает, а оператор рождения $\hat{a}^+$ увеличивает число частиц в системе на единицу.

К. с. квантованного эл.-магн. поля (и других бозе-полей) вводятся на основе представления гамильтониана поля в виде суммы гамильтонианов гармонич. осцилляторов, отвечающих разл. модам колебаний поля. Для моды определ. частоты и поляризации эл.-магн. поля К. с. описывается приведёнными выше ф-лами, при этом в К. с. число фотонов неопределённо, а распределение по числу фотонов является распределением Пуассона. Если все осцилляторы поля находятся в К. с., то состояние квантового поля наиб. близко к классическому.

Важность К. с. в физике обусловлена тем, что во мн. случаях физ. квантованные поля находятся именно в таких состояниях. Напр., классич. ток, создаваемый движущимися электрич. зарядами, излучает фотоны, находящиеся в К. с. *Инфракрасная расходимость* в квантовой электродинамике объясняется и устраняется учётом того, что квантованное поле в случае малых частот находится в К. с. При точном квантовомеханич. описании когерентных источников света с необходимостью возникают К. с. эл.-магн. поля. Свойства *сверхтекучести* и *сверхпроводимости* также могут быть объяснены тем, что соответственно сверхтекучая компонента в жидком гелии и куперовские пары в сверхпроводниках находятся в К. с. Это же относится и к др. явлениям с упорядочением.

Для произвольных квантовых систем с N степенями свободы К. с. вводятся по след. схеме. Находятся N неэрмитовых интегралов движения $\hat{A}_i=\hat{U}(t)\hat{a}_i\hat{U}^{-1}(t)$ с бозонными коммутац. соотношениями $[\hat{A}_i,\hat{A}_k^+]=\delta_{ik}$, где $\hat{U}(t)$ — оператор эволюции системы, переводящий вектор состояния, заданный в нач. момент времени, $|\Psi(0)\rangle$, в вектор состояния $|\Psi(t)\rangle=\hat{U}(t)|\Psi(0)\rangle$; $\hat{a}_i$ — оператор уничтожения, действит. и мнимая части к-рого определяют нач. точку траектории системы в фазовом пространстве ср. координат и импульсов (δ_{ik} — символ Кронекера). Затем находится нормированный вакуумный вектор (вектор осн. состояния) из решения системы ур-ний $\hat{A}_i|0\rangle=0$. Действием на этот вектор оператора сдвига строится К. с.:

$$|\alpha\rangle=\prod_{i=1}^{N}\exp(\alpha_i\hat{A}_i^+-\alpha_i^*\hat{A}_i)\,|0\rangle,$$

удовлетворяющее временно́му ур-нию Шрёдингера.

Для квантовых систем общего вида ср. изменения координат и импульсов, вообще говоря, не соответствуют классич. траекториям, а волновые ф-ции в К. с. являются гауссовыми пакетами только в нач. момент времени — произведение неопределённостей координаты и импульса не остаётся со временем равным $\hbar/2$.