довую ($\mathrm{Sp}B_\mu=0$) эрмитову матрицу 3×3 в цветовом пространстве [реализует присоединённое представление группы $SU(3)_c$], а I — единичная матрица в этом же пространстве.

Тензор напряжённости глюонного поля $G_{\mu\nu}$ строится аналогично электродинамике, но с помощью ковариантной производной (1):

$$G_{\mu\nu}=\frac{1}{ig}\,[D_\mu,\ D_\nu]_-=\partial_\mu B_\nu-\partial_\nu B_\mu-ig\,[B_\mu,\ B_\nu]_- \quad (2)$$

(скобки $[\ldots,\ \ldots]_-$ означают коммутатор), т. е. он нелинейно выражается через потенциалы. Это приводит к нелинейным ур-ниям для глюонных полей (т. н. Янга — Миллса уравнениям), к-рые можно записать как

$$\partial_\mu G_{\mu\nu}(x)=-\left[j_\nu^{\text{кв}}(x)+j_\nu^{\text{гл}}(x)\right] \quad (3)$$

(здесь и ниже по дважды встречающемуся индексу предполагается суммирование); наряду с кварковым источником глюонных полей — плотностью кваркового тока $j_\nu^{\text{кв}}$ — они содержат плотность глюонного тока $j_\nu^{\text{гл}}=-ig[B_\mu,\ G_{\mu\nu}]_-$, нелинейно зависящую от глюонных полей, не имеющую аналога в электродинамике (где компоненты эл.-магн. поля — простые, нематричные ф-ции от x и коммутатор обращается в нуль).

Интегралы $Q=\int d^3x\,(j_0^{\text{кв}}+j_0^{\text{гл}})$ образуют матрицу аддитивного цветового заряда. В квантовой теории цветовыми зарядами, характеризующими состояние кварк-глюонной системы, наз. собств. значения двух взаимно коммутирующих операторов этой матрицы. Их числовые величины определяются константой взаимодействия g. Соответствующая ур-ниям движения (3) плотность ф-ции Лагранжа в хромодинамике имеет вид

$$L=\sum\nolimits_f \bar{q}_f(x)\,(i\gamma_\mu D_\mu-m_f)\,q_f(x)-\frac{1}{2}\,\mathrm{Sp}\,(G_{\mu\nu}G_{\mu\nu}), \quad (4)$$

где γ_μ — *Дирака матрицы*, $q_f=\{q_f^\alpha\}$ — кварковое поле Дирака аромата f, представляющее собой столбец в цветовом пространстве, а m_f — т. н. токовая масса кварка данного аромата (черта сверху означает дираковское сопряжение).

Матрицы B_μ, $G_{\mu\nu}$ могут быть разложены по восьми *генераторам группы* $SU(3)$ в фундам. представлении $^1/_2\lambda^a_{\alpha\beta}$, напр.

$$B_\nu^{\alpha\beta}=\frac{1}{2}\,\lambda^a_{\alpha\beta}B_\nu^a,\quad a=1,\ 2,\ldots 8, \quad (5)$$

где $\lambda^a_{\alpha\beta}$ — *Гелл-Мана матрицы* 3×3.

Квантование и диаграммы Фейнмана. Последоват. схемы квантования в КХД пока нет. Обычно используемое квантование кварковых и глюонных полей проводится во *взаимодействия представлении* для свободных полей, и в этом отношении оно формально не отличается от квантования в КЭД. Ясно, однако, что такая операция в КХД незаконна из-за отсутствия свободных кварков и глюонов. Она приводит к неустранимым *инфракрасным расходимостям* в теории возмущений. Устранение этого дефекта в аппарате теории и разработка непротиворечивой процедуры квантования, по-видимому, тесно связаны с ненайденным пока решением проблемы удержания цвета.

Др. особенность квантования КХД — более сложный способ исключения нефизич. продольных полей потенциала B_μ при использовании ковариантного условия калибровки $\partial_\mu B_\mu=0$. В отличие от КЭД, где продольная часть поля $\eta(x)=\partial_\mu A_\mu(x)$ подчиняется свободному ур-нию движения (т. е. соответствующие ей «η-частицы» не могут рождаться, если их не было в нач. состоянии), ур-ние для η-полей в КХД оказывается нелинейным и глюонное поле B_μ может порождать η-частицы. Для устранения их в нач. и конечном состояниях достаточно наложить на глюоны в этих состояниях условие поперечности: $\eta^{\text{нач}}=\eta^{\text{кон}}=0$. Однако это не устраняет η-частицы из вакуумных флуктуаций (глюонных петель), что приводит к нарушению условия унитарности.

Способ устранения нефизич. полей результативно сводится к введению дополнит. октета фиктивных скалярных полей $\Phi(x)$ — т. н. полей *Фаддеева — Попова духов*, к-рые удовлетворяют тому же ур-нию, что и η-поля, но квантуются по *Ферми — Дирака статистике* (антикоммутируют). Это приводит к тому, что в соответствии с правилами Фейнмана (см. *Фейнмана диаграммы*) каждой замкнутой петле духов следует приписывать множитель —1. Т. о., на каждую η-петлю появляется Φ-петля, к-рая её компенсирует. При строгом подходе, т. е. при квантовании *функционального интеграла методом*, поля духов появляются автоматически как следствие условий калибровки.

Существуют, однако, условия калибровки, при к-рых духи Фаддеева — Попова не появляются. К ним относятся, напр., т. н. аксиальные калибровки $n_\mu B_\mu=0$ (или $B_0=0$) и фоковская калибровка $(x-x_A)_\mu B_\mu(x)=0$, где n_μ — произвольный постоянный 4-вектор, x_A — фиксированная точка пространства-времени. *Пропагатор* глюона в этих калибровках оказывается релятивистски неинвариантным, т. к. зависит от выбора либо n_μ, либо x_A. Однако в окончат. выражениях для физически измеряемых величин эта зависимость пропадает.

Наиболее существ. отличие диаграмм Фейнмана теории возмущений в КХД (по сравнению с КЭД) — наличие в них (кроме кварк-глюонной вершины; рис. 2, *а*) трёхглюонных, четырёхглюонных и дух-глюонных вершин (рис. 2, *б*, *в*, *г*). Правила Фейнмана позволяют вычислять любые процессы с участием кварков и глюонов. Однако, как и в КЭД, интегралы по импульсам виртуальных частиц оказываются бесконечными, расходящимися при больших или малых импульсах (*ультрафиолетовые расходимости* и ИК-расходимости).

ИК-расходимости фактически обходят тем, что при расчётах процессов с участием адронов всегда рассматривают кварк-глюонные (партонные) подпроцессы (см. ниже), происходящие на малых расстояниях (меньших размера адронов), т. е. к.-л. образом регуляризованные (напр., обрезанные) в области малых импульсов (см. *Регуляризация расходимостей*). Зависимость же сечений подпроцесса от параметра ИК-регуляризации выделяется в виде сомножителей и включается в волновые ф-ции адронов, рассматриваемые как феноменологич. (невычислимые) элементы схемы (свойство факторизации; см. ниже).

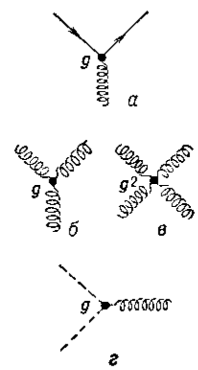

Рис. 2. Вершины диаграмм Фейнмана в КХД. Сплошные линии изображают кварки, спиральные — глюоны, пунктирные — духи Фаддеева — Попова; g — константа взаимодействия.

Для борьбы с УФ-расходимостями применяются стандартные способы регуляризации и *перенормировки* в КТП (чаще всего т. н. размерной регуляризации, сохраняющей калибровочную симметрию). Напр., все УФ-расходимости в глюонном пропагаторе типа рис. 3 собираются в константу ренормировки глюонных полей. Точно так же расходимости в пропагаторах кварков и духов собираются в добавку к массе кварка (массы глюона и духа вследствие калибровочной инвариантности не перенормируются) и в константы ренормировки кваркового и духового полей, а расходимости вершинных частей кварк-глюонной, трёх- и четырёхглюонной и дух-глюонной — в константы ренормировки заряда. Др. УФ-расходимостей КХД не содержит.