характеризуется заданием чисел m, l_s, p_x, p_y, p_z, s, первые два из к-рых определяют представление, а следующие четыре — состояние в нём. Для заряж. частиц добавятся другие квантовые числа; обозначим их буквой τ.

В представлении чисел заполнения состояние совокупности одинаковых частиц фиксируется *числами заполнения* $n_{p,\,s,\,\tau}$ всех одночастичных состояний (индексы, характеризующие представление, в целом, не выписаны). В свою очередь вектор состояния $|n_{p,\,s,\,\tau}\rangle$ записывают как результат действия на вакуумное состояние $|0\rangle$ (т. е. состояние, в к-ром вовсе нет частиц) операторов рождения $a^+(\boldsymbol{p}, s, \tau)$:

$$|n_{p,\,s,\,\tau}\rangle = (n_{p,\,s,\,\tau})^{-1/2}\,[a^+(\boldsymbol{p}, s, \tau)]^{n_{p,\,s,\,\tau}}\,|0\rangle. \quad (3)$$

Операторы рождения a^+ и эрмитово сопряжённые им операторы уничтожения a^- удовлетворяют перестановочным соотношениям

$$[a^-(\boldsymbol{p}, s, \tau),\; a^+(\boldsymbol{p}', s', \tau')]_{\pm} = \delta_{ss'}\,\delta_{\tau\tau'}\,\delta(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{p}'), \quad (4)$$

где знаки «+» и «—» отвечают соответственно Ферми — Дирака и Бозе — Эйнштейна квантованию, а числа заполнения являются собств. значениями операторов числа частиц $\hat{n}_{p,\,s,\,\tau} = a^+(\boldsymbol{p}, s, \tau)a^-(\boldsymbol{p}, s, \tau)$. Т. о., вектор состояния системы, содержащей по одной частице с квантовыми числами $\boldsymbol{p}_1, s_1, \tau_1;\ \boldsymbol{p}_2, s_2, \tau_2;\ \ldots$, записывается как

$$|\boldsymbol{p}_1, s_1, \tau_1;\ \ldots;\ \boldsymbol{p}_k, s_k, \tau_k;\ \ldots\rangle =$$
$$= a^+(\boldsymbol{p}_1, s_1, \tau_1)\cdots a^+(\boldsymbol{p}_k, s_k, \tau_k)\cdots|0\rangle.$$

Чтобы учесть локальные свойства теории, надо перевести операторы $a^{\pm}$ в координатное представление. В качестве ф-ций преобразования удобно использовать классич. решения ур-ний движения подходящего свободного поля с тензорными (или спинорными) индексами a и индексом *внутренней симметрии* θ. Тогда операторами рождения и уничтожения в координатном представлении будут:

$$u^{a\theta\,(+)}(x) = (2\pi)^{-3/2}\int d\boldsymbol{p}e^{ipx}\varphi^{a\theta}_{s,\,\tau}(\boldsymbol{p})\,a^+_{s,\,\tau}(\boldsymbol{p}),$$
$$p_0 = \sqrt{\boldsymbol{p}^2+m^2}, \quad (5)$$
$$u^{a\theta\,(-)}(x) = (2\pi)^{-3/2}\int d\boldsymbol{p}e^{-ipx}\varphi^{*a\theta}_{s,\,\tau}(\boldsymbol{p})\,a^-_{s,\,\tau}(\boldsymbol{p}).$$

Эти операторы, однако, ещё непригодны для построения локальной КТП: как их коммутатор, так и антикоммутатор пропорциональны не ф-ции Паули — Йордана D_m, а её положительно- и отрицательно-частотным частям $D^{\pm}_m(x-y)$ $[D_m = D^+_m + D^-_m]$, к-рые для пространственноподобных пар точек x и y не обращаются в нуль. Чтобы получить локальное поле, надо построить суперпозицию операторов рождения и уничтожения (5). Для истинно нейтральных частиц это можно сделать непосредственно, определяя локальное лоренц-ковариантное поле как

$$u^a(x) = u^{a\,(+)}(x) + u^{a\,(-)}(x). \quad (6)$$

Но для заряж. частиц так поступать нельзя: операторы a^+_τ и a^-_τ в (6) будут один увеличивать, а другой — уменьшать заряд, и их линейная комбинация не будет обладать в этом отношении определ. свойствами. Поэтому для образования локального поля приходится привлекать в пару к операторам рождения a^+_τ операторы уничтожения $a^-_{\tilde{\tau}}$ не тех же частиц, а новых частиц (пометили их сверху значком «тильда»), реализующих то же представление группы Пуанкаре, т. е. обладающих в точности теми же массой и спином, но отличающихся от первоначальных знаком заряда (знаками всех зарядов τ), и писать:

$$v^{a\theta} = u^{a\theta\,(+)} + \tilde{u}^{a\theta\,(-)};\quad v^{*a\theta} = \tilde{u}^{a\theta\,(+)} + u^{a\theta\,(-)}. \quad (7)$$

Из *Паули теоремы* следует теперь, что для полей целого спина, полевые функции к-рых осуществляют однозначное представление группы Лоренца, при квантовании по Бозе — Эйнштейну коммутаторы $[u(x),\ u(y)]_-$ или $[u(x),\ v^*(y)]_-$ пропорц. ф-ции $D_m(x-y)$ и исчезают вне светового конуса, в то время как для осуществляющих двузначные представления полей полуцелого спина то же достигается для антикоммутаторов $[u(x),\ u(y)]_+$ (или $[v(x),\ v^*(y)]_+$) при квантовании по Ферми — Дираку. Выражаемая ф-лами (6) или (7) связь между удовлетворяющими линейным ур-ниям лоренц-ковариантными ф-циями поля u или v, v^* и операторами $a^{\pm}_\tau$, $a^{\pm}_{\tilde{\tau}}$ рождения и уничтожения свободных частиц в стационарных квантовомеханич. состояниях есть точное матем. описание корпускулярно-волнового дуализма.

Новые, «рождаемые» операторами $a^+_{\tilde{\tau}}$ частицы, без к-рых нельзя было построить локальные поля (7), наз.— по отношению к первоначальным — *античастицами*. Неизбежность существования античастицы для каждой заряж. частицы — один из гл. выводов квантовой теории свободных полей.

3. Взаимодействие полей

Решения (6) и (7) ур-ний свободного поля пропорц. операторам рождения и уничтожения частиц в стационарных состояниях, т. е. могут описывать лишь такие ситуации, когда с частицами ничего не происходит. Чтобы рассмотреть также и случаи, когда одни частицы влияют на движение других либо превращаются в другие, нужно сделать ур-ния движения нелинейными, т. е. включить в лагранжиан, кроме квадратичных по полям членов, ещё и члены с более высокими степенями.

С точки зрения развитой пока теории такие лагранжианы взаимодействия L_{int} могли бы быть любыми ф-циями полей и их первых производных, удовлетворяющими лишь ряду простых условий: 1) локальности взаимодействия, требующей, чтобы $L_{int}(x)$ зависел от разл. полей $u^a(x)$ и их первых производных только в одной точке пространства-времени x; 2) релятивистской инвариантности, для выполнения к-рой L_{int} должен быть скаляром относительно преобразований Лоренца; 3) инвариантности относительно преобразований из групп внутренних симметрий, если таковые имеются у рассматриваемой модели. Для теорий с комплексными полями сюда, в частности, входят требования эрмитовости лагранжиана и инвариантности относительно допустимых в таких теориях калибровочных преобразований.

Кроме того, можно требовать инвариантности теории относительно нек-рых дискретных преобразований, таких, как *пространственная инверсия* P, *обращение времени* T и *зарядовое сопряжение* C (заменяющее частицы на античастицы). Доказано (*теорема* CPT), что всякое взаимодействие, удовлетворяющее условиям 1)—3), обязательно должно быть инвариантным относительно одновремен. выполнения этих трёх дискретных преобразований.

Многообразие лагранжианов взаимодействия, удовлетворяющих условиям 1)—3), столь же широко, как, напр., многообразие ф-ций Лагранжа в классич. механике, и на определ. этапе развития КТП казалось, что теория не даёт ответа на вопрос о том, почему именно одни из них, а не другие осуществляются в природе. Однако после возникновения идеи *перенормировок* УФ-расходимостей (см. ниже раздел 5) и блестящей её реализации в *квантовой электродинамике* (КЭД) выделился преимущественный класс взаимодействий — перенормируемых. Условие 4) — перенормируемости оказывается весьма ограничительным, и его добавление к условиям 1)—3) оставляет допустимыми