

действующих между частицами, оказывается вторичным эффектом, возникающим в результате обмена квантами поля, переносящего взаимодействие.

2. Свободные поля и корпускулярно-волновой дуализм

В соответствии с кратко очерченной выше общей физической картиной в систематическом изложении КТП можно отталкиваться и от полевых, и от корпускулярных представлений.

В **полевом подходе** надо сначала построить теорию соответствующего классич. поля, затем подвергнуть его квантованию [по образцу квантования эл.-магн. поля В. Гейзенбергом (W. Heisenberg) и В. Паули (W. Pauli)] и, наконец, разработать для получающегося квантованного поля корпускулярную интерпретацию. Основным исходным понятием здесь будет поле $u^a(x)$ (индекс a нумерует компоненты поля), определенное в каждой пространственно-временной точке $x = (ct, \mathbf{x})$ и осуществляющее к.-л. достаточно простое представление группы Лоренца. Дальнейшая теория строится ироне всего с помощью *Лагранжева формализма*: выбирают локальный [т. е. зависящий лишь от компонент поля $u^a(x)$ и их первых производных $\partial_\mu u^a(x) = \partial u^a / \partial x_\mu = u^a_{,\mu}(x)$ ($\mu = 0, 1, 2, 3$) в одной точке x] квадратичный пуанкарёв-инвариантный (см. Пуанкарёв группу) лагранжиан $L(x) = L(u^a, \partial_\mu u^b)$ и из *наименьшего действия* принципа $\delta S = \delta \int d^4x L(x) = 0$ получают уравнения движения. Для квадратичного лагранжиана они линейны — свободные поля удовлетворяют принципу суперпозиции.

В силу *Нёттера* теоремы из инвариантности действия S относительно каждой однопараметрич. группы следует сохранение (независимость от времени) одной, явно указываемой теоремой, интегральной ф-ции от u^a и $\partial_\mu u^b$. Поскольку сама группа Пуанкарёв 10-параметрична, в КТП обязательно сохраняются 10 величин, к-рые иногда называют фундам. динамич. величинами: из инвариантности относительно четырёх сдвигов в четырёхмерном пространстве-времени следует сохранение четырёх компонент вектора энергии-импульса P_μ , а из инвариантности относительно шести поворотов в 4-пространстве следует сохранение шести компонент момента — трёх компонент трёхмерного момента импульса $M := \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} M_{jk}$ и трёх т. н. бустов $N_i = c^{-1} M_{0i}$ ($i, j, k = 1, 2, 3$, ϵ_{ijk} — единичный полностью антисимметричный тензор; по дважды встречающимся индексам подразумевается суммирование). С матем. точки зрения десять фундам. величин — P_μ , M_i , N_i — суть генераторы группы Пуанкарёва.

Если действие остаётся инвариантным и при выполнении над рассматриваемым полем нек-рых других, не входящих в группу Пуанкарёв непрерывных преобразований симметрии — преобразований внутр. симметрий, — из теоремы Нёттера следует тогда существование новых сохраняющихся динамич. величин. Так, часто принимают, что ф-ции поля комплексны, налагают на лагранжиан условие эрмитовости (см. Эрмитов оператор) и требуют инвариантности действия относительно глобального калибровочного преобразования (фаза α не зависит от x) $u^a(x) \rightarrow e^{i\alpha} u^a(x)$, $u^{*\alpha}(x) \rightarrow e^{-i\alpha} u^{*\alpha}(x)$. Тогда оказывается (как следствие теоремы Нёттера), что сохраняется заряд

$$Q = i \int d^4x \sum_a \left(u^{*\alpha} \frac{\partial L}{\partial u^{*\alpha}_0} - u^\alpha \frac{\partial L}{\partial u^\alpha_0} \right).$$

Поэтому комплексные ф-ции u^a можно использовать для описания заряжен. полей. Той же цели можно достичь, расширяя область значений, пробегаемых индексами a , так, чтобы они указывали и направление в изотопич. пространстве, и требуя от действия инвариантности относительно вращений в нём. Заметим, что

заряд Q — не обязательно электрич. заряд, это может быть любая, не связанная с группой Пуанкарёв сохраняющаяся характеристика поля, напр. *левтонное число*, *странные барионные числа* и т. п.

Каноническое квантование, согласно общим принципам квантовой механики, состоит в том, что обобщённые координаты [т. е. (бесконечный) набор значений всех компонент поля u^1, \dots, u^N во всех точках x пространства в нек-рый момент времени t (при более ухищрённом изложении — во всех точках нек-рой пространственно-подобной гиперповерхности σ) и обобщённые импульсы $\pi^b(x, t) = \partial L / \partial \dot{u}^b(x, t)$ объявляют операторами, действующими на амплитуду состояния (вектор состояния) системы, и налагаются на них перестановочные соотношения:

$$[u^a(x, t), \pi^b(y, t)] \pm \pi^b(y, t) u^a(x, t) = i\hbar \delta^{ab} \delta(x - y), \quad (1)$$

причём знаки «+» или «-» соответствуют квантованию по Ферми — Дираку или Бозе — Эйнштейну (см. ниже). Здесь δ^{ab} — Кронекера символ, $\delta(x - y)$ — дельтафункция Дирака.

Из-за выделенной роли времени и неизбежного обращения к конкретной системе отсчёта перестановочные соотношения (1) нарушают явную симметрию пространства и времени, и сохранение релятивистской инвариантности требует спец. доказательства. Кроме того, соотношения (1) ничего не говорят о коммутац. свойствах полей во времениподобных парах точек пространства-времени — значения полей в таких точках причинно зависимы, и их перестановки можно определить, только решая ур-ния движения совместно с (1). Для с ободных полей, для к-рых ур-ния движения линейны, такая задача разрешима в общем виде и позволяет установить — и притом в релятивистски симметричной форме — перестановочные соотношения полей в двух произвольных точках x и y :

$$[u^a(x), u^b(y)]_\pm = u^a(x) u^b(y) \pm u^b(y) u^a(x) = -P^{ab}(\partial/\partial x) D_m(x - y). \quad (2)$$

Здесь D_m — перестановочная функция Паули — Йордана, удовлетворяющая Клейна — Гордона уравнению $(\square - m^2) D_m(x) = 0$, P^{ab} — полином, обеспечивающий удовлетворение правой частью (2) ур-ний движения по x и по y , \square — Д'Аламбера оператор, m — масса кванта поля (здесь и далее используется система единиц $\hbar = c = 1$).

В **корпускулярном подходе** к релятивистскому квантовому описанию свободных частиц векторы состояния частицы должны образовывать неприводимое представление группы Пуанкарёва. Последнее фиксируется заданием значений операторов Казимира (операторов, коммутирующих со всеми десятью генераторами группы P_μ , M_i и N_i), к-рых у группы Пуанкарёв два. Первый — оператор квадрата массы $m^2 = P^\mu P_\mu$. При $m^2 \neq 0$ вторым оператором Казимира служит квадрат обычного (трёхмерного) спина, а при нулевой массе — оператор спиральности (проекция спина на направление движения). Спектр m^2 непрерывен — квадрат массы может иметь любые неотрицат. значения, $m^2 \geq 0$; спектр спина дискретен, он может иметь целые или полуцелые значения: $0, \frac{1}{2}, 1, \dots$. Кроме того, надо задать ещё поведение вектора состояния при отражении нечётного числа координатных осей. Если никаких других характеристик задавать не требуется, говорят, что частица не имеет внутр. степеней свободы и наз. *истинно нейтральной частицей*. В противном случае частица обладает зарядами того или иного сорта.

Чтобы фиксировать состояние частицы внутри представления, в квантовой механике надо задать значения полного набора коммутирующих операторов. Выбор такого набора неоднозначен; для свободной частицы удобно взять три составляющих её импульса \mathbf{p} и проекцию s спина I_s на к.-л. направление. Т. о., состояние одной свободной истинно нейтральной частицы полностью