двух точных линейно независимых решений $\psi_1(x)$ и $\psi_2(x)$. Общее решение $\psi(x)=c_1\psi_1(x)+c_2\psi_2(x)$ при $x\to-\infty$ имеет асимптотич. вид

$$\psi(x)\sim c_1e^{ik_1x}+c_2e^{-ik_1x} \qquad (68)$$

и полностью определяется заданием коэф. c_1, c_2. С др. стороны, при $x\to+\infty$ существуют приближённые решения ур-ния (67) $e^{\pm ik_2x}$, $k_2^2=2m(\mathscr{E}-V_2)/\hbar^2>0$, к-рые являются асимптотиками двух др. точных линейно независимых решений $\psi_3(x)$ и $\psi_4(x)$. Точное решение $\psi(x)=c_3\psi_3(x)+c_4\psi_4(x)$ при $x\to+\infty$ имеет асимптотич. вид

$$\psi(x)\sim c_3e^{ik_2x}+c_4e^{-ik_2x}. \qquad (69)$$

Поскольку $\psi_3(x)$, $\psi_4(x)$ должны линейно выражаться через $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$ (и наоборот), коэф. c_3, c_4 являются линейными ф-циями c_1, c_2:

$$\begin{aligned} c_3&=\alpha_{11}c_1+\alpha_{12}c_2\\ c_4&=\alpha_{21}c_1+\alpha_{22}c_2. \end{aligned} \qquad (70)$$

Матричные элементы $\alpha_{ik}(\mathscr{E})$ являются нек-рыми функционалами потенц. энергии и зависят от энергии. Из осциллирующих при $x\to\pm\infty$ решений (68), (69) можно составить волновые пакеты, имеющие конечную норму. Поэтому никаких ограничений на значения энергии в области (I) не возникает, спектр энергий непрерывный, а движение инфинитно (неограниченно) в обе стороны. Каждое значение энергии при этом двукратно вырождено в соответствии с существованием в области (I) двух физически разл. движений. Первое из них отвечает движению частицы слева направо и выделяется граничным условием $c_4=0$ (т. е. требованием, чтобы при $x\to+\infty$ существовала только прошедшая слева волна), второе (выделяемое условием $c_1=0$) — движению справа налево. Отношение плотностей вероятности прошедшего и падающего потоков наз. коэф. прохождения (D), а отношение отражённого к падающему — коэф. отражения (R). Для первого из упомянутых движений

$$D=\frac{k_2}{k_1}\,\frac{|c_3|^2}{|c_1|^2},\quad R=\frac{|c_2|^2}{|c_1|^2}. \qquad (71)$$

Из сохранения плотности потока следует, что $R+D=1$. Используя обратимость ур-ния Шрёдингера во времени [к-рая для стационарного случая сводится к тому, что наряду с любым решением $\psi(x)$ решением (65) будет также комплексно-сопряжённая ф-ция $\psi^*(x)$], можно получить соотношение для матричных элементов в (70): $\alpha_{11}=\alpha_{22}^*$, $\alpha_{12}=\alpha_{21}^*$. Т. о., коэф. отражения (и соответственно прохождения) для частиц, движущихся слева направо $(R=|c_2|^2/|c_1|^2=|-\alpha_{21}/\alpha_{22}|^2)$ и справа налево $(R'=|c_3|^2/|c_4|^2=|\alpha_{12}/\alpha_{22}|^2)$, одинаковы: $R'=R$, $D'=D$.

В отличие от классич. механики, коэф. прохождения для квантовомеханич. движения не равен нулю даже в случае, когда энергия ($\mathscr{E}_1$) меньше высоты барьера $V_Б$. В этой ситуации при классич. движении слева направо частица должна была бы остановиться в точке a и затем, отразившись от барьера, двигаться налево (аналогично частица, двигавшаяся из области $x\to+\infty$ налево, должна была бы отразиться в точке остановки b). Область $a<x<b$ запрещена для классич. движения. В квантовом случае существует конечная вероятность подбарьерного, туннельного, перехода (см. *Туннельный эффект*). Для гладкого барьера в *квазиклассическом приближении* коэф. туннельного перехода равен

$$D=\exp\left\{-\frac{2}{\hbar}\int_a^b|p(x)|\,dx\right\}=$$
$$=\exp\left\{-\frac{2}{\hbar}\int_a^b\sqrt{2m(V(x)-\mathscr{E}_1)}\,dx\right\}, \qquad (72)$$

где $a(\mathscr{E})$ и $b(\mathscr{E})$ — классич. точки остановки. Величина D в классич. пределе ($\hbar\to0$) обращается в нуль (в согласии с принципом соответствия). Существенно, что показатель экспоненты (72) зависит как квадратный корень от высоты барьера и линейно — от его длины. Поэтому вероятность туннельного перехода оказывается большей для сравнительно высоких и узких барьеров (часто встречающихся в ядерной физике), чем для низких и длинных (встречающихся, напр., в хим. реакциях). Характерна также зависимость экспоненты в (72) от массы частиц, обусловливающих заметную вероятность туннелирования для наиб. лёгких частиц — электронов.

Наряду с туннельным переходом чисто квантовым эффектом является **надбарьерное отражение**, происходящее при энергиях, превосходящих высоту барьера (и даже в отсутствие к.-л. барьера, напр. при прохождении частицы над потенц. ямой). «Классич.» частица в этом случае свободно проходит над барьером и лишь её кинетич. энергия изменяется от величины $(\mathscr{E}-V_1)$ до величины $(\mathscr{E}-V_2)$ [при прохождении слева направо в поле с $V(x)$, изображённой на рис. 6]. Волновым аналогом надбарьерного отражения частиц является частичное отражение световой волны от границы раздела двух прозрачных сред. Для гладких $V(x)$ коэф. надбарьерного отражения экспоненциально мал в случаях, когда энергия частиц значительно превышает высоту барьера.

В области энергий (II) асимптотич. решение при $x\to-\infty$ имеет вид (68) (т. к. $\mathscr{E}>V_1$), а решением при $x\to+\infty$ (т. к. $\mathscr{E}<V_2$) имеет вид:

$$\psi\sim c_3e^{-\varkappa_2x}+c_4e^{\varkappa_2x},\quad \varkappa_2^2=\frac{2m(V_2-\mathscr{E})}{\hbar^2}. \qquad (73)$$

Поскольку общее решение ур-ния (67) определяется двумя константами, можно положить $c_4=0$ и тем самым избежать физически неприемлемого экспоненциально растущего при $x\to+\infty$ решения. Никаких ограничений на значения энергии в области (II) [так же, как в области (I)] не возникает, т. е. спектр энергии непрерывный. Однако уровни энергии [в отличие от двукратного *вырождения* в области (I)] невырожденные. Это связано с необходимостью определ. выбора коэф. в одном из линейно независимых решений ($c_4=0$). Благодаря невырожденности уровней энергии решения ур-ния (67) $\psi(x)$ и $\psi^*(x)$ должны совпадать с точностью до множителя, т. е. волновая ф-ция в области (II) может быть выбрана действительной. Отсюда следует, что коэф. c_1, c_2 в (68) удовлетворяют условию $c_1^*=c_2$, т. е. плотности потоков в волнах, идущих при $x\to-\infty$ налево и направо, одинаковы. Т. о., в области (II) квантовомеханич. движение, как и в классич. механике, финитно с одной стороны и соответствует полному отражению частицы, падающей слева на потенц. стенку. Однако, в отличие от классич. механики, в квантовомеханич. движении частица способна с экспоненциально затухающей вероятностью проникать внутрь барьера [см. (73)]. Это и обусловливает возможность подбарьерных переходов в случаях, когда барьер имеет конечную ширину. Точным волновым аналогом движения частиц в области (II) является *полное внутреннее отражение* света на границе двух сред.

В области (III) асимптотика решения ур-ния (67) при $x\to+\infty$ [так же, как и в области (II)] имеет вид (73), а при $x\to-\infty$ вместо (68) будет

$$\psi(x)\sim c_1e^{-\varkappa_1x}+c_2e^{\varkappa_1x},\quad \varkappa_1^2=\frac{2m(V_1-\mathscr{E})}{\hbar^2}. \qquad (74)$$

При этом коэф. c_3, c_4 в (73) будут выражаться через c_1, c_2 линейно с помощью (70). Условие ограниченности $\psi(x)$ при $x\to-\infty$ приводит к требованию $c_1=0$. Однако при этом для произвольного значения энергии из области (III) нельзя добиться ограниченности $\psi(x)$ для $x\to+\infty$, т. к., согласно (70), $c_3=\alpha_{12}c_2$, $c_4=\alpha_{22}c_2$ и коэф. c_4 при экспоненциально растущем решении (73) будет, вообще говоря, отличен от нуля. Физически до-