к-рых вещественны. Собств. векторы эрмитового оператора, принадлежащие разл. собств. значениям, ортогональны друг к другу, т. е. $\langle\lambda\mid\lambda'\rangle=0$. Из них можно построить ортогональный базис в пространстве состояний. Удобно нормировать эти базисные векторы на единицу: $\langle\lambda\mid\lambda\rangle=1$. Произвольный вектор $|\psi\rangle$ можно разложить по этому базису:

$$|\psi\rangle=\sum_{\lambda}c_{\lambda}\,|\lambda\rangle;\quad c_{\lambda}=\langle\lambda\mid\psi\rangle. \tag{9}$$

При этом

$$\sum_{\lambda}|c_{\lambda}|^{2}=\langle\psi\mid\psi\rangle, \tag{10}$$

и если вектор $|\psi\rangle$ нормирован на единицу, то $\sum_{\lambda}|c_{\lambda}|^{2}=1$.

Знак суммы в этих ф-лах означает суммирование по дискретному и интегрирование по непрерывному спектру значений λ. В последнем случае собств. векторы предполагаются нормированными на δ-функцию:

$$\langle\lambda\mid\lambda'\rangle=\delta(\lambda-\lambda'). \tag{11}$$

Любой линейный оператор $\hat{M}$ в выбранном базисе $|\lambda\rangle$ может быть представлен матрицей:

$$M_{\lambda_i,\,\lambda_k}=\langle\lambda_i\mid\hat{M}\mid\lambda_k\rangle. \tag{12}$$

Если $\hat{M}$ — эрмитов оператор, то $M_{\lambda_i,\,\lambda_k}=M^{*}_{\lambda_k,\,\lambda_i}$. (Для $|\lambda_i\rangle$, являющихся собств. векторами оператора $\hat{M}$, матрица $M_{\lambda_i,\,\lambda_k}$ диагональна.) Если сопоставлять с произвольным вектором $|\psi\rangle$ столбец из его коэффициентов $\begin{pmatrix}c_1\\c_2\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\end{pmatrix}$ в выбранном базисе (9), то действие оператора $\hat{M}$ на $|\psi\rangle$, $\hat{M}|\psi\rangle=|\psi'\rangle$, сводится к матричному умножению:

$$\begin{pmatrix}M_{11} & M_{12} & \dots\\ M_{21} & M_{22} & \dots\\ \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c_1\\c_2\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}c_1'\\c_2'\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\end{pmatrix}, \tag{13}$$

где столбец $\begin{pmatrix}c_1'\\c_2'\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\end{pmatrix}$ отвечает координатам вектора $|\psi'\rangle$ в том же базисе: $c_i'=\sum_{k}M_{ik}c_k$.

Принципиальное значение для построения матем. аппарата К. м. имеет тот факт, что для каждой физ. величины существуют нек-рые выделенные состояния системы, в к-рых эта величина принимает вполне определ. (единств.) значение. По существу это свойство является определением измеримой (физ.) величины, а состояния, в к-рых физ. величина имеет определ. значение, наз. собственными состояниями этой величины.

Т. к. в результате измерений физ. величины f в любом произвольном состоянии системы $|\psi\rangle$ должно получаться одно из собств. значений измеряемой величины f_i, то $|\psi\rangle$ должно быть представимо в виде линейной комбинации собств. состояний этой физ. величины:

$$|\psi\rangle=\sum_{i}c_i\,|f_i\rangle. \tag{14}$$

Т. о., совокупность собств. состояний физ. величины должна составлять (аналогично совокупности собств. векторов линейного эрмитова оператора) полный базис. Амплитуды вероятности c_i представляют собой координаты вектора состояния $|\psi\rangle$ в выбранном базисе (для простоты ограничимся системой с одной степенью свободы). Задание c_i полностью определяет вектор состояния системы. Совокупность коэф. c_i наз. волновой функцией состояния в представлении величины f. Согласно вероятностной трактовке принципа суперпозиции состояний, сумма $\sum_i|c_i|^2=\langle\psi\mid\psi\rangle$ должна быть равна единице, т. е. вектор состояния должен иметь конечную (приводимую к единице) норму. Между собств. состояниями физ. величины и собств. векторами линейного эрмитова оператора можно заметить аналогию: во-первых, каждое из них отвечает определ. числу (собств. значению физ. величины или собств. значению оператора), и, во-вторых, произвольный вектор линейного пространства должен быть представим в виде линейных комбинаций собств. векторов [ср. (14) и (9)]. Эта аналогия указывает на то, что физ. величине следует поставить в соответствие линейный эрмитов оператор, действующий в пространстве векторов состояния. На основании приведённых физ. соображений формулируются след. постулаты К. м.

Основные постулаты К. м. I. Состояние системы полностью описывается вектором состояния, к-рый должен быть однозначным (с точностью до произвольной фазы) и иметь конечную норму.

Полнота описания подразумевает, что задание вектора состояния в к.-л. определ. момент времени позволяет найти вектор состояния в любой др. момент времени и указать вероятности результатов измерения всех физ. величин в заданном состоянии системы.

Полное в указанном смысле описание квантовомеханич. системы (с помощью вектора состояния) оказывается невозможным в случае, когда рассматриваемая система является подсистемой нек-рой большей системы и существенно взаимодействует с её остальными частями. В этом случае система не обладает определ. вектором состояния, и её описание производится с помощью *матрицы плотности*. Состояния, описываемые вектором состояния, наз. чистыми состояниями, в отличие от смешанных состояний, описываемых матрицей плотности. Описание с помощью матрицы плотности является наиб. общей формой квантовомеханич. описания. Оно лежит в основе квантовой статистики.

II. Каждой физ. величине соответствует линейный эрмитов оператор, собств. значения к-рого являются возможными значениями физ. величины, а собств. векторы — её собств. состояниями, отвечающими выбранному собств. значению.

Конкретный вид линейных эрмитовых операторов, соответствующих таким физ. величинам, как импульс, угловой (орбитальный) момент, энергия, постулируется исходя из *соответствия принципа*, требующего, чтобы в пределе $\hbar\to 0$ рассматриваемые физ. величины принимали «классич.» значения, и согласуется с общими принципами определения этих величин на основе законов сохранения (см. ниже). Вместе с тем в К. м. существуют такие линейные эрмитовы операторы [напр., отвечающие преобразованию векторов состояния при отражении осей координат (*пространственной инверсии*), перестановке одинаковых частиц и др.], к-рым соответствуют измеримые физ. величины, не имеющие классич. аналогов, напр. *чётность* (см. *Операторы*).

III. В разложении (14) произвольного вектора состояния системы по ортонормированной системе собств. векторов $|f_i\rangle$ физ. величины f значения $|c_i|^2=|\langle f_i\mid\psi\rangle|^2$ равны вероятностям обнаружить систему в состояниях $|f_i\rangle$, т. е. вероятностям того, что при измерении f её значение окажется равным f_i.

В случае, когда величина f имеет непрерывный спектр, а собств. состояния нормированы условием:

$$\langle f\mid f'\rangle=\delta(f-f'), \tag{15}$$