где $\boldsymbol{p}$ — импульс фотона, а направление стрелок отвечает поляризации волны вдоль осей y и x. Оба эти состояния являются собств. состояниями рассматриваемой внутр. переменной фотона, поскольку устройство А (анализатор), пропускающее (без поглощения) волну с поляризацией вдоль оси y, с достоверностью пропустит каждый одиночный фотон, «приготовленный» поляризатором в состоянии $|\boldsymbol{p}, \uparrow\rangle$ (рис. 3, *а*), и поглотит каждый фотон в состоянии $|\boldsymbol{p}, \rightarrow\rangle$. Рассмотрим теперь фотон, «приготовленный» поляризатором, пропускающим световую волну с поляризацией под углом α к оси y; соответствующее состояние обозначим символом $|\boldsymbol{p}, \nearrow\rangle$ (рис. 3, *в*). Пройдёт ли этот фотон анализатор А или будет в нём поглощён, с достоверностью предсказать нельзя. Т. о., в этом случае (как и в предыдущем примере) необходимо отказаться от полностью детерминированного описания движения каждого отд. фотона. Вместе с тем следует считать (имея в виду прохождение световой волны, содержащей большое число фотонов), что для отд. фотона существуют вполне определ. вероятности прохождения и поглощения в анализаторе. Адекватное этому матем. описание основывается на предположении, что состояние $|\boldsymbol{p}, \nearrow\rangle$ является линейной суперпозицией состояний $|\boldsymbol{p}, \uparrow\rangle$ и $|\boldsymbol{p}, \rightarrow\rangle$:

$$|\boldsymbol{p}, \nearrow\rangle = c_1\,|\boldsymbol{p}, \uparrow\rangle + c_2\,|\boldsymbol{p}, \rightarrow\rangle, \qquad (3)$$

причём вероятности обнаружить фотон в состояниях $|\boldsymbol{p}, \uparrow\rangle$ и $|\boldsymbol{p}, \rightarrow\rangle$ равны $|c_1|^2$ и $|c_2|^2$. (Согласно волновому описанию, $|c_1|^2 = \cos^2\alpha$, $|c_2|^2 = \sin^2\alpha$.) Для линейно поляризованной под углом α к оси y световой волны разность фаз в волнах, поляризованных вдоль оси y и перпендикулярно к ней, равна нулю. Соответственно коэф. c_1, c_2 в (2) можно рассматривать как действит. числа [точнее, $\mathrm{Im}\,(c_1/c_2) = 0$]. В более общем случае эллиптически поляризованной световой волны состояние отвечающего ей фотона может быть описано суперпозицией (3) с комплексными коэф., разность фаз к-рых соответствует разности фаз колебаний вдоль осей x и y. Для измерения этой разности фаз необходимо, помимо анализатора, использовать спец. устройства (напр., пластинку в четверть длины волны). Т. о., как и в предыдущем примере, физ. смысл имеют амплитуды вероятности c_1, c_2 (а не только вероятности $|c_1|^2$, $|c_2|^2$), причём в общем случае они должны быть комплексными числами, разность фаз к-рых равна разности фаз соответствующих волн.

На основе рассмотренных (и мн. др.) примеров можно прийти к заключению, что для описания волновых явлений в терминах корпускулярных представлений необходимо принять в качестве постулата след. принцип: если система может находиться в состояниях $|f_1\rangle$, $|f_2\rangle$, . . ., $|f_n\rangle$, в к-рых физ. величина f принимает с достоверностью соответственно значения f_1, f_2, . . ., f_n, то система может находиться и в состоянии $|X\rangle$, являющемся линейной суперпозицией состояний $|f_i\rangle$:

$$|X\rangle = \sum_{i=1}^{n} c_i\,|f_i\rangle, \qquad (4)$$

при этом вероятность обнаружить систему в состоянии $|f_i\rangle$ (т. е. получить в результате измерения физ. величины её значение f_i) равна $|c_i|^2$.

Принцип суперпозиции состояний тривиально обобщается на бесконечное (счётное или континуальное) множество состояний.

Вероятностное описание в К. м. Отказ от полностью детерминированного описания движения отд. частицы и переход к вероятностному описанию, адекватному принципу суперпозиции состояний, позволяет совместить волновые и корпускулярные свойства материи. Вероятностное описание, т. о., отвечает фундам. свойствам движения микрообъектов и не связано с к.-л. неполнотой сведений о них. Подчеркнём, однако, что в его основе лежит чуждое классич. теории вероятностей понятие амплитуды вероятности, т. е. комплексного числа, у к-рого физ. смысл имеет не только квадрат модуля (равный вероятности), но и фаза (точнее, разность фаз двух амплитуд, соответствующая разности фаз волн). Именно использование амплитуд вероятности позволяет отразить волновые свойства объектов при их корпускулярном описании.

Математический аппарат К. м.

Векторы состояния и линейные эрмитовы операторы. Принцип суперпозиции состояний диктует выбор матем. аппарата К. м. Первым осн. понятием К. м. является к в а н т о в о е с о с т о я н и е. Согласно принципу суперпозиции состояний, суперпозиция любых возможных состояний системы, взятых с произвольными (комплексными) коэф., является также возможным состоянием системы. Т. о., состояния системы образуют линейное векторное пространство. Тем самым принцип суперпозиции состояний вскрывает матем. природу квантового состояния. Он указывает на то, что состояние системы должно описываться нек-рым вектором — *вектором состояния*, являющимся элементом линейного пространства состояний. Это позволяет использовать матем. аппарат, развитый для линейных (векторных) пространств. Вектор состояния обозначается, по Дираку, символом $|\psi\rangle$. Если система находится в состоянии, в к-ром физ. величина f имеет определ. (собств.) значение f_i, вектор состояния системы удобно обозначать символом $|f_i\rangle$. Кроме сложения и умножения на комплексное число, вектор $|\psi\rangle$ может подвергаться ещё двум операциям. Во-первых, его можно проектировать на др. вектор, т. е. составить скалярное произведение $|\psi\rangle$ с любым др. вектором состояния $|\psi'\rangle$; оно обозначается как $\langle\psi'|\psi\rangle$ и является комплексным числом, причём

$$\langle\psi'|\psi\rangle = \langle\psi|\psi'\rangle^{*}. \qquad (5)$$

Скалярное произведение вектора $|\psi\rangle$ с самим собой, $\langle\psi|\psi\rangle$,— положит. число; оно определяет длину, или н о р м у, вектора. Норму вектора состояния удобно выбрать равной единице; его фазовый множитель произволен. Разл. состояния отличаются друг от друга направлением вектора состояния в пространстве состояний.

Во-вторых, можно рассмотреть операцию перехода от вектора $|\psi\rangle$ к др. вектору $|\psi'\rangle$. Символически эту операцию можно записать как результат действия на $|\psi\rangle$ нек-рого оператора $\hat{L}$:

$$\hat{L}\,|\psi\rangle = |\psi'\rangle. \qquad (6)$$

При этом $|\psi'\rangle$ может отличаться от $|\psi\rangle$ длиной и направлением. В силу принципа суперпозиции состояний в К. м. особое значение имеют линейные операторы, в результате воздействия к-рых на суперпозицию произвольных векторов $|\psi_1\rangle$ и $|\psi_2\rangle$ получается, по определению, суперпозиция преобразованных векторов:

$$\hat{L}\,(c_1\,|\psi_1\rangle + c_2\,|\psi_2\rangle) = c_1\hat{L}\,|\psi_1\rangle + c_2\hat{L}\,|\psi_2\rangle = \\ = c_1\,|\psi_1'\rangle + c_2\,|\psi_2'\rangle. \qquad (7)$$

Важную роль для оператора $\hat{L}$ играют такие векторы $|\psi\rangle = |\psi_\lambda\rangle$, для к-рых $|\psi'\rangle$ совпадает по направлению с $|\psi\rangle$, т. е.

$$\hat{L}\,|\psi_\lambda\rangle = \lambda\,|\psi_\lambda\rangle, \qquad (8)$$

где λ — число. Векторы $|\psi_\lambda\rangle$ наз. с о б с т в е н н ы м и в е к т о р а м и оператора $\hat{L}$, а числа λ — его с о б с т в е н н ы м и з н а ч е н и я м и. Собств. векторы $|\psi_\lambda\rangle$ принято обозначать просто $|\lambda\rangle$, т. е. $|\psi_\lambda\rangle \equiv |\lambda\rangle$. Собств. значения λ образуют либо дискретный ряд чисел (тогда говорят, что оператор $\hat{L}$ имеет дискретный спектр), либо непрерывный набор (непрерывный, или сплошной, спектр), либо частично дискретный, частично непрерывный (смешанный спектр).

Очень важный для К. м. класс операторов составляют линейные *эрмитовы операторы*, собств. значения