симость Д. п. от частоты ω (частотная дисперсия) и от волнового вектора $\boldsymbol{k}$ (*дисперсия пространственная*) отражает тот факт, что внеш. воздействие на среду в момент t_0 в точке $\boldsymbol{r}_0$ меняет её состояние нелокальным образом (также и в момент $t\neq t_0$ в точке $\boldsymbol{r}\neq\boldsymbol{r}_0$). Тензор Д. п. удовлетворяет условиям:

$$\varepsilon^*_{\alpha\beta}(\omega,\ \boldsymbol{k})=\varepsilon_{\alpha\beta}(-\omega,\ -\boldsymbol{k});\quad \varepsilon_{\beta\alpha}(\omega,\ \boldsymbol{k})=\varepsilon_{\alpha\beta}(\omega,\ -\boldsymbol{k}).$$

Его можно выразить через тензор среды $\sigma_{\alpha\beta}$, связывающий компоненты векторов плотности тока $\boldsymbol{j}$ и поля $\boldsymbol{E}$:

$$\varepsilon_{\alpha\beta}(\omega,\ \boldsymbol{k})=\delta_{\alpha\beta}+\frac{4\pi i}{\omega}\sigma_{\alpha\beta}(\omega,\ \boldsymbol{k}); \qquad (1,\ a)$$

$\delta_{\alpha\beta}$ — символ Кронекера.

В изотропной среде (если отвлечься от эффектов гиротропии) тензор Д. п. сводится к двум скалярным величинам — продольной Д. п. ε_l и поперечной ε_t, зависящим от ω и $|\boldsymbol{k}|$:

$$\varepsilon_{\alpha\beta}=\frac{1}{k^2}\left[\varepsilon_l k_\alpha k_\beta+\varepsilon_t(\delta_{\alpha\beta}k^2-k_\alpha k_\beta)\right]. \qquad (2)$$

Неопределённость в величинах $\boldsymbol{D}$ и напряжённости магн. поля $\boldsymbol{H}$ оставляет нек-рый произвол в выборе ε_t. Часто принимают $\varepsilon_t=\varepsilon_l$. Такая Д. п. несёт информацию только об электрич. свойствах среды, а её магн. свойства описываются *магнитной проницаемостью* μ, входящей в материальное ур-ние $\boldsymbol{H}=\boldsymbol{B}/\mu$, где $\boldsymbol{B}$ — *магнитная индукция*. Др. выбор, используемый ниже, отвечает равенству $\boldsymbol{H}=\boldsymbol{B}$. При этом $\mu=1$, а электрич. и магн. свойства среды описываются соответственно величинами ε_l и ε_t. При $k\to 0$ справедливо равенство $\varepsilon_l=\varepsilon_t=\varepsilon(\omega)$, причём величина $\varepsilon(0)$ совпадает со статич. диэлектрич. проницаемостью ε. Величина $\varepsilon(\omega)-1$ в случае разреженного газа нейтральных частиц (атомов или молекул с поляризуемостью $\alpha(\omega)$ и концентрацией n) равна $4\pi n\alpha(\omega)$, приобретая при учёте эффектов локального поля дополнительный фактор $[1-{}^4/_3\pi\alpha(\omega)]^{-1}$ (см. *Лоренц — Лоренца формула*).

С помощью ур-ний Максвелла выражению (1, *а*) можно придать вид соотношения между внешними, сторонними (индекс «*e*» вверху) и полными (без индекса) плотностями заряда ρ и поперечными компонентами плотности тока $\boldsymbol{j}$:

$$\rho(\omega,\ \boldsymbol{k})=\frac{1}{\varepsilon_l(\omega,\ \boldsymbol{k})}\rho^e(\omega,\ \boldsymbol{k}); \qquad (3)$$

$$\boldsymbol{j}(\omega,\ \boldsymbol{k})=\frac{\omega^2-k^2c^2}{\omega^2\varepsilon_t(\omega,\ \boldsymbol{k})-k^2c^2}\boldsymbol{j}^e(\omega,\ \boldsymbol{k}).$$

Такое определение Д. п. имеет прямой микроскопич. смысл и не требует усреднения или сглаживания физ. величин по пространству или времени. Равенство нулю знаменателей в (3) определяет спектр продольных и поперечных собств. колебаний среды (нормальных волн), к-рые существуют и при отсутствии внеш. источников.

Наиб. общие свойства Д. п. следуют из теории линейных ф-ций отклика (*обобщённых восприимчивостей*), к-рая основывается на гамильтониане $\mathscr{H}=\int dt d\boldsymbol{r}\hat{C}I$, описывающем малое внеш. воздействие I на среду ($\hat{C}$ — динамич. характеристика среды, сопряжённая I). Обобщённая восприимчивость R устанавливает связь между ср. значением $C=\langle\hat{C}\rangle$ и I:

$$C(t,\ \boldsymbol{r})=\int dt'\,d\boldsymbol{r}'R(t-t',\ \boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\,I(t',\ \boldsymbol{r}');$$

$$C(\omega,\ \boldsymbol{k})=R(\omega,\ \boldsymbol{k})\,I(\omega,\ \boldsymbol{k}). \qquad (4)$$

Как видно из (3), в электродинамике обобщёнными восприимчивостями служат не ε_l, ε_t, а компоненты ф-ции Грина фотона в среде: $[k^2\varepsilon_l(\omega,\boldsymbol{k})]^{-1}$; $[\omega^2c^{-2}\varepsilon_t(\omega,\boldsymbol{k})-k^2]^{-1}$ (роль I играют плотности внешних зарядов и тока, роль C — компоненты потенциала).

Для продольной восприимчивости справедливы след. общие соотношения: её мнимая часть, описывающая поглощение в среде и отличная от 0 при $\omega\neq 0$, даётся *флуктуационно-диссипативной теоремой*:

$$\mathrm{Im}\,[\varepsilon_l(\omega,\ \boldsymbol{k})]^{-1}=-\frac{4\pi}{\hbar k^2}\,\mathrm{th}\left(\frac{\hbar\omega}{2kT}\right)K(\omega,\ \boldsymbol{k})\leqslant 0\quad(\omega\geqslant 0),$$

где K — компонента Фурье корреляционной ф-ции $\frac{1}{2}\langle\hat{\rho}(t,\boldsymbol{r})\hat{\rho}(0)+\hat{\rho}(0)\hat{\rho}(t,\ \boldsymbol{r})\rangle$, T — темп-ра среды. Сама продольная восприимчивость даётся *Кубо формулой*:

$$[\varepsilon_l(\omega,\ \boldsymbol{k})]^{-1}=1-\frac{4\pi i}{\hbar k^2V}\int\limits_0^\infty dt e^{i\omega t}\langle\hat{\rho}(\boldsymbol{k},\ t)\,\hat{\rho}(-\boldsymbol{k},\ 0)-$$

$-\hat{\rho}(-\boldsymbol{k},\ 0)\,\hat{\rho}(\boldsymbol{k},\ t)\rangle$; $\hat{\rho}$ — фурье-компонента оператора плотности заряда, V — объём среды, ведущей к аналитич. в верхней полуплоскости ω функции. Это приводит к *Крамерса—Кронига соотношению*:

$$[\varepsilon_l(\omega,\ \boldsymbol{k})]^{-1}=1+\frac{1}{\pi}\int\limits_0^\infty\frac{d\omega'^2\,\mathrm{Im}\,[\varepsilon_l(\omega',\ \boldsymbol{k})]^{-1}}{\omega'^2-\omega^2-i\delta},$$

из к-рого следует неравенство:

$$1/\varepsilon_l(0,\ \boldsymbol{k})\leqslant 1$$

или

$$\varepsilon_l(0,\ \boldsymbol{k})\geqslant 1;\quad \varepsilon_l(0,\ \boldsymbol{k})<0. \qquad (5)$$

Для статич. Д. п. (5) совпадает с критерием стабильности среды относительно спонтанного появления *волн зарядовой плотности*. Существует ряд правил сумм для мнимой части Д. п., в частности:

$$\frac{1}{\pi}\int\limits_0^\infty d\omega'^2\,\mathrm{Im}\,[\varepsilon_l(\omega',\ \boldsymbol{k})]^{-1}=\sum_i\frac{4\pi e_i\rho_i}{m_i}=\omega_p,$$

где i — номер сорта частиц среды, e_i, ρ_i, m_i — их заряд, плотность заряда и масса, ω_p — плазменная частота.

Сама Д. п. ε_l к числу обобщённых восприимчивостей не относится и для неё нет соотношений типа приведённых выше. Исключение составляет *дисперсионное соотношение* при $k=0$, точнее при $k\leqslant 1/L$ (где L — линейный размер среды), к-рое может быть получено без использования гамильтониана, непосредственно из *причинности принципа* — равенства нулю величины $R(t-t',\ \boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')$ в (4) при $t<t'$. Это даёт:

$$\varepsilon_l(\omega,\ 1/L)=1+\frac{1}{\pi}\int\limits_0^\infty\frac{d\omega'^2\,\mathrm{Im}\,\varepsilon_l(\omega',\ 1/L)}{\omega'^2-\omega^2-i\delta}$$

и как следствие:

$$\varepsilon_l(0,\ 1/L)\geqslant 1. \qquad (6)$$

Из (5), (6) следует, что значения Д. п. в интервале от 0 до 1 («диаэлектричество») недопустимы. Вместе с тем при $k\gg 1/L$ возможны отрицат. значения $\varepsilon(0,\ \boldsymbol{k})$, т. е. возможно притяжение между одноимёнными тяжёлыми зарядами, помещёнными в среду. Существует широкий класс таких сред (им свойственно сильное кулоновское взаимодействие между частицами): неидеальная плазма, ионные расплавы, электролиты, нек-рые металлы.

Для поперечной обобщённой восприимчивости справедливы аналогичные, но более сложные соотношения. В частности, статич. магн. проницаемость $\mu(0,\ \boldsymbol{k})$ подчиняется неравенству:

$$\mu(0,\ \boldsymbol{k})\geqslant\left(1+\frac{\omega_p^2}{c^2k^2}\right)^{-1}.$$

В отличие от $\varepsilon_l(0,\ \boldsymbol{k})$ отрицат. значения $\mu(0,\ \boldsymbol{k})$ недопустимы, но зато эта величина может быть <1, что соответствует *диамагнетизму*.

Кристаллическая среда характеризуется тензором Д. п. $\varepsilon_{\alpha\beta}(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{g},\ \boldsymbol{k}+\boldsymbol{g}',\ \omega)$, к-рый представляет собой матрицу в пространстве векторов обратной решётки $\boldsymbol{g}$. В этом случае также можно ввести аналог продольной Д. п.:

$$\varepsilon_l^{-1}(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{g},\ \boldsymbol{k}+\boldsymbol{g}',\ \omega)=(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{g})_\alpha(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{g}')_\beta\times$$

$$\times\frac{\varepsilon_{\alpha\beta}^{-1}(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{g},\ \boldsymbol{k}+\boldsymbol{g}',\ \omega)}{|\boldsymbol{k}+\boldsymbol{g}|\,|\boldsymbol{k}+\boldsymbol{g}'|}.$$

Обратная матрица ε_l^{-1} определяет потенциал взаимодей-