T — темп-ра в энергетич. единицах. Трансляционно инвариантное взаимодействие на правильной решётке (однородная модель) может зависеть от ориентации ребра (анизотропная модель). В однородной модели на квадратной решётке задают две ф-ции: $\varepsilon_h(\sigma_1, \sigma_2)$ на горизонтальных рёбрах и $\varepsilon_v(\sigma_1, \sigma_2)$ на вертикальных. В однородной модели на треугольной и гексагональной решётках анизотропия характеризуется тремя ф-циями. В однородной и изотропной модели энергия парного взаимодействия одинакова на всех рёбрах.

Для абелевых групп симметрии можно выбрать σ_i так, чтобы парное взаимодействие ε_2 зависело только от разности $\sigma_i - \sigma_j$ спинов, расположенных на концах ребра. В табл. 1 перечислены нек-рые группы, используемые при построении моделей.

Т а б л. 1.

Группа	Спиновая переменная (множество значений)	Нарушение симметрии внеш. полем h
R — группа трансляций на прямой	φ — все действит. числа	$\varepsilon_1(\varphi) = h\cos\varphi$, симметрия понижается до Z
Z — группа дискретных трансляций на прямой	n_j — все целые числа	$\varepsilon_1(n) = -hn^2$, симметрия нарушается полностью
$O(2)$ — группа плоских вращений	$0 \leqslant \theta_j \leqslant 2\pi$	$\varepsilon_1 = h\cos q\theta$, симметрия понижается до Z_q
Z_q — группа дискретных плоских вращений на угол θ_j	$p_j = 0, 1, 2, \ldots, q-1$; $\theta_j = 2\pi p_j/q$ можно пользоваться переменными $\sigma_j = \exp(i\theta_j)$	$\varepsilon_1(\theta) = h\cos\theta = h(\sigma + \sigma^*)/2$, симметрия нарушается полностью
$Z_2 \otimes Z_2$ — макс. абелева подгруппа группы тетраэдра	$p_j = \left(p_j^{(1)}, p_j^{(2)}\right)$, $p_j^{(1,2)} = 0, 1$, $\sigma_j^{(1)} = (-1)^{p_j^{(1)}}$, $\sigma_j^{(2)} = (-1)^{p_j^{(2)}}$	$\varepsilon_1(\sigma^{(1)}, \sigma^{(2)}) = h^{(1)}\sigma^{(1)} + h^{(2)}\sigma^{(2)} + h^{(3)}\sigma^{(1)}\sigma^{(2)}$, симметрия нарушается полностью

Симметрия взаимодействия является решающим фактором при выборе модели для описания реальной физ. системы. Ниже приведён ряд моделей и указано, в каких эксперим. ситуациях они реализуются.

1. Г а у с с о в а м о д е л ь (свободное поле). Симметрия взаимодействия R, $T^{-1}\varepsilon(\varphi_i - \varphi_j) = J(\varphi_i - \varphi_j)^2/2$. Это простейшая и точно решаемая модель. Её свойства используют при расчётах в др. моделях.

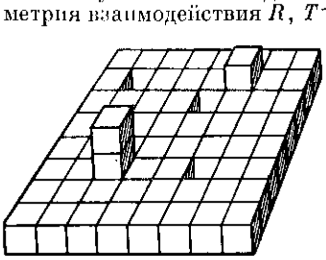

Рис. 1. Модель поверхности кристалла.

2. Д и с к р е т н а я г а у с с о в а м о д е л ь. Симметрия взаимодействия Z, $T^{-1}\varepsilon(n_i - n_j) = K(n_i - n_j)^2/2$. Модель используют для описания систем адсорбиров. атомов на поверхности металлов с большим отношением двух периодов подложки. М о д е л ь К а б р е р ы. Симметрия взаимодействия Z. Это простейшая модель, описывающая флуктуации поверхности кристалла. Целые числа n_j указывают высоту столбика над площадкой с номером j (рис. 1), $T^{-1}\varepsilon(n_i - n_j) = K|n_i - n_j|$. Обе модели обладают одинаковой симметрией и одинаковыми свойствами при низких темп-рах.

3. XY-м о д е л ь (п л а н а р н ы й м а г н е т и к), $U(1)$-модель. Группа симметрии взаимодействия $O(2)$. Спин $\boldsymbol{S}_j$ — двумерный единичный вектор в плоскости «лёгкого намагничения» $\boldsymbol{S}_j = (\cos\theta_j, \sin\theta_j)$. Взаимодействие спинов «обменное», $T^{-1}\varepsilon(\boldsymbol{S}_i, \boldsymbol{S}_j) = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{S}_j) = J\cos(\theta_i - \theta_j)$. XY-модель применяют для описания магнетиков, плёнок сверхтекучего ^{4}He и сверхпроводников. М о д е л ь Б е р е з и н с к о г о — В и л л э н а (БВ) обладает той же симметрией $O(2)$, отличается выбором

$$\text{ПСВ } w(\theta_i - \theta_j) = \sum_{n_{ij}=-\infty}^{\infty} \exp[-J(\theta_i - \theta_j - 2\pi n_{ij})^2/2],$$

к-рые не имеют гиббсовской формы. Однако при низких темп-рах ($J \gg 1$) ПСВ обеих моделей приближённо совпадают. Преимущество модели БВ в её матем. простоте.

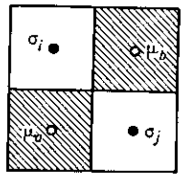

Рис. 2. Типичная вершина шахматной решётки.

4. М о д е л и с с и м м е т р и е й Z_q. Дискретные варианты XY-модели и модели БВ. Симметрия $O(2)$ XY-модели или модели БВ нарушена до Z_q. Соответствует планарному магнетику с осью анизотропии порядка q. Углы θ_i принимают дискретные значения $\theta_j = 2\pi p_j/q$ ($p_j = 0, 1, \ldots, q-1$), а ПСВ здесь такие же, как в непрерывных моделях БВ и XY. В м о д е л я х П о т т с а парное взаимодействие обладает макс. возможной симметрией для q-компонентного спина, $-T^{-1}\varepsilon(p_i, p_j) = K\delta_{p_i p_j}$, где δ — символ Кронекера.

При $q = 2,3$ модели Поттса являются наиб. общими Z_2- и Z_3-моделями. Z_2-модель известна как м о д е л ь И з и н г а, для к-рой в переменных $\sigma_i = (-1)^{p_i}$, $-T^{-1}\varepsilon(\sigma_i, \sigma_j) = J\sigma_i\sigma_j$. При $J > 0$ модель описывает ферромагнетик, при $J < 0$ — антиферромагнетик. Возможны смешанные типы в анизотропных моделях: $J_h J_v < 0$. Те же правила справедливы в модели Поттса, если J заменить на K. Р е ш ё т о ч н ы й г а з П о т т с а — обобщение модели Поттса на случай решёток с вакансиями. Для описания вакансий вводят дополнит. переменную $t_j = 0,1$. При $t_j = 0$ j-й узел свободен, при $t_j = 1$ он занят. Энергия состояния имеет вид:

$$-T^{-1}\varepsilon(p, t) = \sum_{i,j} t_i t_j [K' + K\delta_{p_i p_j}] + \sum_i (1 - t_i)\ln z_i,$$

K и K' — постоянные взаимодействия, z_i — статистический вес вакансии. Модель Изинга хорошо описывает нек-рые слоистые магнетики. Модель Поттса при $q = 2$, 3, 4 описывает плавление разл. соизмеримых кристаллов в монослое адсорбиров. атомов. Ещё одной реализацией трёхкомпонентной модели Поттса является антисегнетоэлектрич. структура, возникающая в сплаве окиси алюминия с серебром при $T = 300$ К. Модель решёточного газа Поттса при $q = 3$ использовалась для числ. расчёта фазовой диаграммы криптона на графите. М о д е л ь А ш к и н а — Т е л л е р а (АТ) описывается двумя изинговскими спинами $\sigma_j^{(1)} = \pm 1$; $\sigma_j^{(2)} = \pm 1$ в каждом узле j. Взаимодействие между спинами обоих сортов, расположенными в соседних узлах, имеет вид $-T^{-1}\varepsilon(\sigma_i^{(1)}, \sigma_i^{(2)}; \sigma_j^{(1)}, \sigma_j^{(2)}) = J_0 + J_1\sigma_i^{(1)}\sigma_j^{(1)} + J_2\sigma_i^{(2)}\sigma_j^{(2)} + J_3\sigma_i^{(1)}\sigma_j^{(1)}\sigma_i^{(2)}\sigma_j^{(2)}$, оно инвариантно относительно группы $Z_2 \otimes Z_2$: $\sigma_i^{(1)} \longrightarrow \pm\sigma_i^{(1)}$, $\sigma_i^{(2)} \longrightarrow \pm\sigma_i^{(2)}$ и является наиб. общим для данной симметрии. Вместо параметров J_0, J_1, J_2, J_3 удобно использовать значения ПСВ для четырёх спиновых конфигураций: $w_0 = \exp(J_0 + J_1 + J_2 + J_3)$, $w_i = \exp(J_0 + J_i - J_j - J_k)$, где (i, j, k) — произвольная перестановка индексов 1, 2, 3. Частными случаями модели АТ являются модель Изинга (один из параметров J_i равен нулю) и модель Поттса ($J_1 = J_2 = J_3$). При $J_1 = J_2$ симметрия взаимодействия повышается до Z_4.