образующих Г. Если ГЛ G реализована как подгруппа в $GL(n, \mathbb{R})$ или $GL(n, \mathbb{C})$, то её алгебра Ли $\mathfrak{g}$ является подалгеброй в $\mathfrak{gl}(n, \mathbb{R})$ или $\mathfrak{gl}(n, \mathbb{C})$. Напр., Г. $O(n)$ ортогональных матриц и Г. $SO(n)$ ортогональных унимодулярных матриц имеют одну и ту же алгебру Ли $so(n)$, состоящую из всех антисимметричных веществ. матриц; группе $SL(n, \mathbb{R})$ веществ. унимодулярных матриц соответствует алгебра Ли $sl(n, \mathbb{R})$, состоящая из матриц с нулевым следом; группе $U(n)$ унитарных матриц соответствует алгебра Ли $u(n)$ антиэрмитовых матриц (т. е. таких, что $X^+ = -X$).

Тесная связь между ГЛ и алгеброй Ли позволяет свести изучение представлений ГЛ к изучению представлений алгебры Ли. В конечном счёте задача сводится к исследованию представлений генераторов Г. Задать такое представление — значит задать n матриц (или в общем случае линейных операторов) X_i, удовлетворяющих коммутац. соотношениям с заданным набором структурных констант. Именно эту методику (и н ф и н и т е з и м а л ь н ы й п о д х о д) обычно используют при изучении представлений ГЛ.

Алгебра Ли характеризует лишь локальные свойства ГЛ, т. е. такие, к-рые можно сформулировать в терминах достаточно малой окрестности единицы. В частности, для определения алгебры Ли достаточно ввести координаты лишь в нек-рой окрестности единицы.

Отображение $\varphi: G_1 \to G_2$ одной ГЛ на другую ГЛ наз. и з о м о р ф и з м о м г р у п п Л и, если оно взаимно однозначно, согласовано с групповым умножением в каждой Г. и является гладким (т. е. в любой системе координат выражается гладкими ф-циями). ГЛ G_1 и G_2 в этом случае наз. и з о м о р ф н ы м и. Две ГЛ наз. л о к а л ь н о и з о м о р ф н ы м и, если изоморфизм определён в нек-рой окрестности единицы (но, вообще говоря, не продолжается на всю Г.). Локально изоморфные ГЛ имеют одинаковые (изоморфные) алгебры Ли. Обратно, если две ГЛ имеют изоморфные алгебры Ли, то они локально изоморфны.

ГЛ наз. о д н о с в я з н о й, если любая замкнутая кривая в этой Г. может быть непрерывной деформацией стянута в точку. Для любой ГЛ G совокупность G_0 тех её элементов, к-рые можно соединить с единицей непрерывной кривой, образует максимальную связную подгруппу в G, наз. с в я з н о й к о м п о н е н т о й е д и н и ц ы Г. G. Подгруппа G_0 инвариантна в G, а фактор-группа G/G_0 дискретна. Напр., для Г. $O(n)$ связной компонентой единицы является подгруппа $SO(n)$. Фактор-группа $O(n)/SO(n)$ состоит из двух элементов. Связная ГЛ G является разрешимой (соответственно нильпотентной, почти простой, полупростой), если и только если её алгебра Ли $\mathfrak{g}$ разрешима (соответственно нильпотентна, проста, полупроста).

Среди всех связных ГЛ, локально изоморфных данной Г. G, есть ровно одна односвязная Г. $\tilde{G}$, наз. у н и в е р с а л ь н о й н а к р ы в а ю щ е й Г. G. Все прочие Г., локально изоморфные G, являются фактор-группами $\tilde{G}$ по различным дискретным инвариантным подгруппам, принадлежащим центру Г. $\tilde{G}$. Напр., все коммутативные связные ГЛ размерности n локально изоморфны. Односвязной Г. среди них (универсальной накрывающей для всех них) является $\mathbb{R}^n$ — евклидово n-мерное пространство со сложением в качестве групповой операции (или Г. трансляций этого пространства). Произвольная Г. из этого класса имеет вид $\mathbb{R}^n/\Gamma$, где Γ — нек-рая решётка (дискретная подгруппа) в $\mathbb{R}^n$. Если группа Γ порождена k линейно независимыми векторами, то $\mathbb{R}^n/\Gamma$ изоморфна $\mathbb{R}^{n-k} \otimes \mathbb{T}^k$.

Всякая ГЛ локально изоморфна нек-рой матричной Г. Для мн. типов ГЛ это утверждение верно не только локально, но и в целом (глобально). В частности, все разрешимые, все компактные и все комплексные ГЛ допускают глобальную матричную реализацию.

Всякая связная односвязная ГЛ является полупрямым произведением связной односвязной полупростой ГЛ на связную односвязную разрешимую ГЛ. Все полупростые ГЛ полностью описаны (см. *Ли алгебра*), а классификация разрешимых ГЛ доведена до размерности 6.

Лит.: Л ю б а р с к и й Г. Я., Теория групп и ее применение в физике, М., 1958; В и г н е р Е., Теория групп и ее приложения к квантовомеханической теории атомных спектров, пер. с англ., М., 1961; Х о л л М., Теория групп, пер. с англ., М., 1962; Х а м е р м е ш М., Теория групп и ее применение к физическим проблемам, пер. с англ., М., 1966; Л я х о в с к и й В. Д., Б о л о х о в А. А., Группы симметрии и элементарные частицы, Л., 1983; Э л л и о т Д ж., Д о б е р П., Симметрия в физике, пер. с англ., т. 1—2, М., 1983; Р и х т м а й е р Р., Принципы современной математической физики, пер. с англ., т. 2, М., 1984; В е й л ь Г., Теория групп и квантовая механика, пер. с англ., М., 1986.

А. А. Кириллов, М. Б. Менский.

ГРУППИРОВА́ТЕЛЬ (банчер) — устройство, осуществляющее разбиение непрерывного пучка заряж. частиц на отд. сгустки или усиливающее степень группирования в пучке (сжимающее сгустки). Обычно это — ВЧ-устройство (резонатор или система резонаторов, волновод), расположенное на траектории пучка и в зависимости от фазы поля в момент прохождения частицей этого устройства замедляющее или ускоряющее частицы так, чтобы на выходе Г. они собрались в компактные сгустки. Простейший Г. клистронного типа представляет собой резонатор с малым ускоряющим зазором и примыкающий к нему дрейфовый промежуток. Частица, проходящая ускоряющий зазор в момент прохождения напряжения через нуль («средняя» частица), не меняет скорости; частицы, попавшие в зазор позже, приобретают дополнит. скорость и после зазора постепенно нагоняют «среднюю» частицу, а пришедшие в зазор раньше «средней»—замедляются и постепенно приближаются к ней. Длина дрейфового промежутка подбирается так, чтобы на его конце сближение частиц было максимальным. Наилучшая группировка (при слабых токах) получается при пилообразном изменении напряжения на ускоряющем зазоре.

Э. Л. Бурштейн.

ГРУППОВА́Я СКО́РОСТЬ в о л н — скорость движения группы или цуга волн, образующих в каждый данный момент времени локализованный в пространстве волновой пакет, огибающая к-рого представляет собой плавную в масштабе длины волны λ кривую (рис. 1) (см. *Волны*). В линейных средах, где соблюдается *суперпозиции принцип*, его можно рассматривать как набор гармонич. волн с частотами в интервале $\omega_0 - \Delta\omega < \omega < \omega_0 + \Delta\omega$), тем более узком, чем плавнее и протяжённее огибающая группы. Длина пакета ΔL и ширина его спектра $\Delta\omega$ ограничены снизу соотношением $\Delta L\ \Delta k \gtrsim 1$, где волновое число k связано с частотой ω дисперсионным соотношением $\omega = \omega(k)$.

Рис. 1. Волновой пакет.

Если среда не обладает дисперсией, то все гармонич. волны распространяются с одной и той же фазовой скоростью, и пакет ведёт себя как строго стационарная волна — его Г. с. совпадает с *фазовой скоростью* $v_\text{ф}$. При наличии дисперсии волны разл. частот распространяются с разными скоростями и форма огибающей искажается. Однако для сигналов с достаточно узким спектром, когда фазовые скорости гармонич. волн, образующих волновой пакет, мало отличаются друг от друга, и на не слишком больших расстояниях, когда форма огибающей приближённо сохраняется, влияние дисперсии сказывается лишь на скорости перемещения огибающей, к-рая и есть Г. с. Поскольку распространение двух синусоидальных волн с близкими частотами $\omega_0 \pm \Delta\omega$ пакета описывается выражениями

$$\sin\left[(\omega_0 \pm \Delta\omega)\, t - (k_0 \pm \Delta k)\, x\right],$$

то скорость их огибающей равна $\Delta\omega/\Delta k$, что в пределе приводит к ф-ле $v_\text{гр} = \left.\frac{\partial\omega}{\partial k}\right|_{k_0}$. На рис. 2 представлены три последовательных мгновенных снимка сигнала с узким спектром, распространяющегося в среде с дисперсией. Наклон пунктирных прямых, соединяю-