Ур-ние (3) используется для описания эволюции системы *в Гейзенберга представлении*. Оно является квантовомеханич. аналогом ур-ния для классич. ф-ции f, зависящей от координат q_k и импульсов p_k системы:

$$\frac{df}{dt}=\frac{\partial f}{\partial t}+\{H,\ f\}_{\text{кл}}, \qquad (4)$$

где $\{H,\ f\}_{\text{кл}}$ — классич. скобка Пуассона,

$$\{H,\ f\}_{\text{кл}}=\sum_{k=1}^{N}\left(\frac{\partial f}{\partial q_k}\frac{\partial H}{\partial p_k}-\frac{\partial f}{\partial p_k}\frac{\partial H}{\partial q_k}\right)$$

(N — число степеней свободы системы). Сравнение ф-л (3) и (4) показывает, что в классич. пределе коммутатор $[\hat{H},\ \hat{f}]$ должен переходить в $-i\hbar\{H, f\}_{\text{кл}}$,

$$[\hat{H},\ \hat{f}]\longrightarrow -i\hbar\{H,\ f\}_{\text{кл}}. \qquad (5)$$

Аналогичные соотношения должны выполняться для коммутаторов операторов, соответствующих и др. классич. физ. величинам. В согласии с этим Г. физ. системы получается из классич. ф-ции Гамильтона заменой классич. координат и импульсов частиц на соответствующие операторы, подчиняющиеся коммутац. соотношениям. При этом возникает неоднозначность в последовательности записи некоммутирующих операторов в выражениях, отвечающих произведению классич. величин, к-рая устраняется симметризацией этих выражений, напр. $q_i p_i$ заменяется на $^1/_2(\hat{q}_i\hat{p}_i+\hat{p}_i\hat{q}_i)$.

Приведём Г. для простейших систем:

а) частица массы m во внеш. потенц. поле $V(x,\ y,\ z)$:

$$\hat{H}=\frac{\hat{p}_x^2+\hat{p}_y^2+\hat{p}_z^2}{2m}+V(x,\ y,\ z),$$

где $\hat{p}_x=-i\hbar\partial/\partial x$ и т. д.;

б) система n частиц с парным взаимодействием $V_{ij}(|\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j|)$:

$$\hat{H}=\sum_{i=1}^{n}\frac{\hat{\boldsymbol{p}}_i^2}{2m_i}+\frac{1}{2}\sum_i\sum_j V_{ij}(|\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j|).$$

Аналогично в квантовой теории взаимодействующих полей (т. е. в динамич. системах с бесконечным числом степеней свободы) Г. системы получается из классич. гамильтоновой ф-ции полей заменой классич. величин (напр., амплитуд нормальных колебаний) соответствующими операторами. Возникающая при этом неопределённость в порядке записи произведений некоммутирующих операторов позволяет выбрать такую последовательность (т. н. *нормальное произведение*), к-рая естеств. образом определяет физ. вакуум системы (см. *Квантовая теория поля*).

Если физ. величина f не зависит явно от времени ($\partial f/\partial t=0$), то условием её сохранения, согласно (3), является обращение в нуль коммутатора оператора этой величины с Г. системы, $[\hat{H},\ \hat{f}]=0$, т. е. условие одновременной измеримости данной величины и энергии системы.

Если Г. системы обладает к.-л. симметрией, то оператор, осуществляющий преобразования симметрии, коммутирует с Г. Соответственно этому каждой симметрии Г. отвечает закон сохранения определённой величины (см. *Нётер теорема*). Так, симметрии Г. относительно сдвигов и поворотов системы в пространстве соответствуют законы сохранения импульса и момента импульса системы, симметрии Г. относительно отражения координат частиц — сохранение пространственной *чётности* системы и т. д. Симметрия Г. приводит, как правило, к *вырождению* уровней энергии.

Поскольку Г. отвечает физ. величине (ф-ции Гамильтона или энергии), он является эрмитовым оператором. Эрмитовость Г. обеспечивает сохранение нормы вектора состояния (т. е. полной вероятности). Однако для описания процессов с поглощением частиц (напр., *процессов рассеяния адронов на ядрах*) могут быть использованы комплексные потенциалы, соответствующие неэрмитовым Г. (см. *Оптическая модель ядра*).

Лит.: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Квантовая механика, 3 изд., М., 1974; Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В., Квантовые поля, М., 1980. *С. С. Герштейн.*

ГАМИЛЬТОНОВ ФОРМАЛИЗМ — основанная на вариац. принципе формулировка механики и теории поля, в к-рой состояние системы задаётся обобщёнными координатами q_i и обобщёнными импульсами p_i ($i=1,\ 2,\ \ldots,\ N$, где N — число степеней свободы). Описываемая Г. ф. *динамическая система* наз. *гамильтоновой системой*, а пространство её состояний — *фазовым пространством*. В Г. ф. действие

$$S=\int_{t_1}^{t_2}\left[\sum_i p_i\dot{q}_i-H(p,\ q,\ t)\right]dt \qquad (1)$$

выражается через ф-цию Гамильтона H (точкой обозначено дифференцирование по времени; p, q — совокупность всех $p_i,\ q_i$). H является преобразованием Лежандра ф-ции Лагранжа L: $H=\sum_i p_i\dot{q}_i-L(q,\ \dot{q},\ t)$, где $\dot{q}_i$ в правой части следует выразить через p_i, разрешив относительно $\dot{q}_i$ определение импульсов:

$$p_i=\partial L/\partial\dot{q}_i. \qquad (2)$$

Г.ф. и *лагранжев формализм* полностью эквивалентны, если определено преобразование Лежандра, т. е. если

$$\det(\partial^2 L/\partial\dot{q}_i\partial\dot{q}_j)>0.$$

В *наименьшего действия принципе* $\delta S=0$ независимыми вариациями в (1) считаются δp_i и δq_i, причём $\delta\dot{q}_i=d\delta q_i/dt$. Тогда стандартные *Эйлера — Лагранжа уравнения* дают в качестве ур-ний движения *Гамильтона уравнения*

$$\dot{q}_i=\partial H/\partial p_i,\quad \dot{p}_i=-\partial H/\partial q_i.$$

В Г.ф. любая динамич. переменная f является ф-цией канонич. переменных $p,\ q$ (и, возможно, времени). Её полная производная по времени $\dot{f}=df/dt=\partial f/\partial t+\sum_i[\dot{q}_i(\partial f/\partial q_i)+\dot{p}_i(\partial f/\partial p_i)]$ вследствие ур-ний Гамильтона имеет вид $\dot{f}=\partial f/\partial t+\{H, f\}$, где $\{f,\ g\}=\sum_i\left(\frac{\partial f}{\partial p_i}\frac{\partial g}{\partial q_i}-\frac{\partial f}{\partial q_i}\frac{\partial g}{\partial p_i}\right)$ — *Пуассона скобка* двух динамич. переменных f и g. Не зависящая явно от времени переменная f сохраняется, если её скобка Пуассона с H обращается в нуль.

Г.ф. допускает широкий класс замен переменных в фазовом пространстве — канонические преобразования, при к-рых ур-ния Гамильтона и скобка Пуассона не меняются.

Переход от лагранжева к Г.ф. осложняется, когда определения импульсов (2) не разрешимы относительно всех $\dot{q}_i$, т. е. когда $\det(\partial^2 L/\partial\dot{q}_i\partial\dot{q}_j)=0$. Эта ситуация всегда возникает в калибровочных теориях, в к-рых L вообще не зависит от нек-рых $\dot{q}_i$, или в теориях со связями $\varphi_m(q)=0$ ($m=1,\ \ldots,\ M$), где обычная замена $L\to L_T=L+\sum_{m=1}^{M}\xi_m\varphi_m(q)$ вводит дополнит. координаты ξ_m и L_T снова не зависит от $\dot{\xi}_m$. В обоих случаях вытекающие из определения импульсов соотношения $\pi_m=\partial L/\partial\dot{\xi}_m=0$ представляют собой простейший пример «гамильтоновых» связей.

В общем случае, когда ранг матрицы $\|\partial^2 L/\partial\dot{q}_i\partial\dot{q}_j\|$ равен $N-M$, $M>0$, требование непротиворечивости ур-ний (2) приводит к M соотношениям $\chi_m(p,\ q)=0$, к-рые наз. первичными связями в Г. ф. Стандартные