

В общем случае ударная В. представляет собой относительно тонкую переходную область, в к-рой происходит необратимое изменение состояния среды. Так, при распространении В. сжатия в газе в области с большой крутизной фронта начинают сказываться эффекты вязкости и теплопроводности; в результате вместо перехода в режим «опрокидывания» формируется ударный фронт. Он может быть достаточно тонок (в масштабе всего волнового возмущения), и тогда его поведение

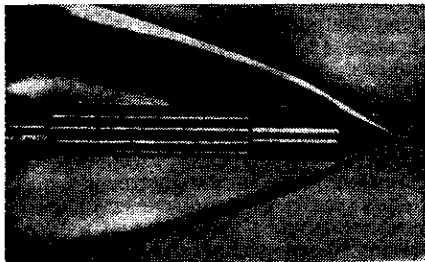


Рис. 16. Фотография ударной волны перед движущимся снарядом.

интерпретируется как движение разрыва, «скачка» поля (скачок давления, скорости и т. п.), величина и скорость перемещения к-рого определяются граничными условиями, «сшивающими» значения параметров по разные стороны от него. В частности, на ударном фронте всегда растёт энтропия. Ударные В. возникают при сверхзвуковых движениях тел — самолётов, снарядов (рис. 16), метеоритов, при взрывах и т. д. В плазме с магн. полем существуют магн.-гидродинамич. ударные В., а в линиях передачи с ферритами или полупроводниковыми элементами — эл.-магн. ударные В. — «скачки» эл.-магн. поля, не связанные с макроскопич. движением среды.

Солитоны. Др. фактором, способным предотвратить «опрокидывание» нелинейной В., является «реактивная» дисперсия, не связанная с диссипацией энергии. В ур-нии (27) она связана с последним слагаемым в правой части. В случае, если $\beta \neq 0$, $\nu = 0$, т. е. диссипацией можно пренебречь, ур-ние (27) наз. ур-нием Кортевега—де Фриса [его «линейный» вариант даёт ф-ла (13)]. Этому ур-нию подчиняются достаточно длинные слабонелинейные В. на поверхности водоёмов, в плазме, в эл.-магн. линиях и др.; оно сыграло важную роль в развитии матем. теории нелинейных В. И здесь первоначально плавное движение эволюционирует как простая В., но затем «включается» дисперсия, и по мере обострения фронта на нём появляются осцилляции. В результирующем движении снова типично формирование В., близких к стационарным. Стационарные решения ур-ния Кортевега—де Фриса — это, вообще го-

Рис. 17. Периодические стационарные волны различных амплитуд в нелинейной среде с дисперсией.



воря, периодич. (т. н. кноидальные) В., профиль к-рых определяется «конкуренцией» между тенденциями к «опрокидыванию» из-за нелинейности и распылению из-за дисперсии (рис. 17). При малых амплитудах эти В. близки к синусоидальным, а при больших — превращаются в последовательность коротких импульсов (поле обогащено большим числом гармоник). В пределе бесконечного периода получают удивительные волны — солитоны, энергия к-рых сосредоточена в основном на ограниченном интервале оси x (рис. 18). Для ур-ния Кортевега—де Фриса семейство солитонов задаётся решением $\psi = A \operatorname{sech}^2[(x-vt)/\Lambda]$, где $\Lambda = \sqrt{12\beta/\epsilon A}$,

$v = v_0 + \epsilon A/3$, A — амплитуда. Характерная протяжённость солитона Λ тем меньше, чем больше A ; одновременно с увеличением A солитон убыстряется. Такие образования свойственны и другим нелинейным диспергирующим волновым системам. Они обнаруживают поведение, роднящее их с материальными частицами: они локализованы в конечной области; перемещаются без деформации, перенося энергию и импульс, момент импульса; способны сохранять свою структуру при взаимодействиях (соударениях) с такими же объектами, могут образовывать связанные состояния, объединяться в коллективы (ансамбли) и т. д. (см. *Солитон*).

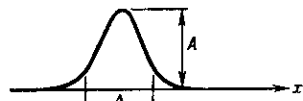


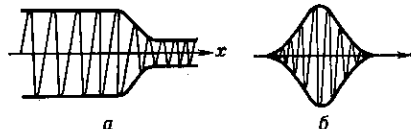
Рис. 18. Солитон.

Модулированные нелинейные волны. В средах с малой нелинейностью и сильной дисперсией стационарные В. близки к синусоидальным. Если в такой среде распространяется модулир. В., то «несущее» поле в ней остаётся близким к гармоническому, но его огибающие — амплитуда и частота — медленно меняются во времени и пространстве, и основной нелинейный эффект состоит именно в том, что на достаточно больших интервалах времени и пространства огибающие испытывают накапливающиеся нелинейные деформации, определяемые зависимостью скорости распространения В. как от частоты ω , так и от амплитуды A или интенсивности I . $I \sim A^2$ (в простейшем случае нелинейная добавка к скорости $\sim I$). Такая В. имеет вид $A(x, t)e^{i(\omega t - kx)}$, где A — медленно меняющаяся комплексная амплитуда, описываемая Шрёдингера уравнением нелинейным, обобщающим ур-ние (20)

$$\frac{\partial A}{\partial t} + v_{\text{гр}} \frac{\partial A}{\partial x} = \frac{i}{2} \frac{d^2 \omega}{dk^2} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + i\beta |A|^2 A, \quad (29)$$

где β — пост. параметр нелинейности. Если в линейном приближении любая волновая группа в конечном счёте неограниченно распыляется, то в нелинейном случае результат снова определяется соотношением дисперсии и нелинейности, описываемых членами, стоящими в правой части (29). В достаточно протяжённых волновых пакетах возникает самолокализация — образование участков повыш. крутизны. Этот процесс происходит по-разному в зависимости от соотношения знаков дисперсионного и нелинейного членов. Если параметры β и $d^2 \omega / dk^2$ имеют одинаковые знаки, то возможно существование простых В., а затем появление осцилляций огибающей или образование самоподдерживающихся перепадов амплитуды и частоты — ударных В. огибающих (рис. 19, а); для их существования необходимо включение релаксац. диссипативных процессов, играющих роль, аналогичную роли вязкости для обычных ударных В. Если же знаки этих параметров противоположны, то волновые группы могут

Рис. 19. Ударная (а) и усечённая (б) волны огибающих.



сжиматься, а характерной стационарной В. является солитон огибающей в виде локализованного волнового пакета неизменной формы (рис. 19, б). В этом же случае немодулированная гармонич. В. оказывается неустойчивой по отношению к малым модулирующим возмущениям (модуляц. неустойчивость или самомодуляция).

Нелинейные волновые пучки. Неоднородные процессы, в к-рых одновременно действуют нелинейность, рефракция и дифракция, обычно чрезвычайно сложны для исследования, даже в случае гармонических во времени В. Для достаточно коротких В. здесь сохра-