го возмущения, имевшего место в начале координат в момент $t=0$, возбуждает волны, уходящие (бегущие, распространяющиеся) от источника. В одномерном случае их величина постоянна, в двумерном и трёхмерном — она монотонно убывает с удалением от центра. Для двумерного пространства характерно возникновение бесконечно длящегося последействия, благодаря к-рому отклик не повторяет ф-цию источника.

Обычно для В. у. рассматривают *Коши задачу*, описывающую распространение волн в $n$-мерном пространстве. Классич. решением задачи Коши наз. непрерывно дифференцируемую ф-цию $\psi(\boldsymbol{r}, t)$, удовлетворяющую В. у. в полупространстве $t>0$ и нач. условиям $\psi|_{t=0}=\varphi_1(\boldsymbol{r})$, $\partial\psi/\partial t\,|_{t=0}=\varphi_2(\boldsymbol{r})$, где $\varphi_1(\boldsymbol{r})$ и $\varphi_2(\boldsymbol{r})$ — заданные ф-ции. Классич. решение даётся *Кирхгофа формулой* ($n=3$), *Пуассона формулой* ($n=2$) или *Д'Аламбера формулой* ($n=1$). Рассматривают также смешанную задачу, описывающую колебания ограниченного объёма $V$.

Имеется много приближённых методов решения В. у. В т. н. КВ-асимптотике ($k\to\infty$) рассматривают *параболического уравнения приближение*, к-рое позволяет анализировать свойства волновых пучков и волновых пакетов, т. е. волновых образований, локализованных в пространстве и во времени, и *геометрической оптики метод*.

В системах с *дисперсией волн* возникает искажение профиля волны, обусловленное зависимостью скорости распространения её разл. участков от их крутизны, и решение в виде (2) становится невозможным. Если такую волну представить в виде суперпозиции синусоидальных мод типа (7), то дисперсия проявляется как зависимость фазовых скоростей $c$ этих мод от частоты. Тогда соотношение $\omega^2=k^2c^2$ следует рассматривать как *дисперсионное уравнение*, заменяющее исходное В. у. (1) и в нек-ром смысле обладающее даже большей общностью, поскольку учёт зависимости $c=c(\omega)$ можно провести только в рамках ур-ния Гельмгольца, т. е. после введения синусоидальной зависимости от времени. По виду дисперсионного ур-ния (в частности, если оно представляется полиномами конечных степеней по $\omega$ и $k$) можно восстановить вид исходного дифференц. ур-ния, описывающего данный класс волн ($i\boldsymbol{k}\to-\partial/\partial\boldsymbol{r}$, $i\omega\to\to\partial/\partial t$); эти ур-ния могут существенно отличаться от стандартного ур-ния (1). Наиб. важной и наглядной иллюстрацией являются *волны на поверхности жидкости*. Напр., длинным (по сравнению с глубиной бассейна) волнам при небольших амплитудах соответствует дисперсионное ур-ние вида $\omega=ck-\beta k^3$, по к-рому легко восстанавливается исходное дифференц. ур-ние $\psi_t=-c\psi_x-\beta\psi_{xxx}$. Это т. н. линеаризованное *Кортевега—де Фриса уравнение*, один из возможных вариантов обобщения ур-ния (3) на системы с дисперсией.

**Нелинейные В. у.** При перечислении нелинейных обобщений В. у. необходимо проявлять нек-рую сдержанность, с тем чтобы при этом не утрачивалась связь с исходным В. у. В этом смысле единственным терминологически точным обобщением является внесение зависимости скорости $c$ от волновой ф-ции в ур-ния (1), (3) или (8). Однако часто к нелинейным В. у. относят любые ур-ния, вырождающиеся в линейные В. у. при устранении нелинейности или линеаризации. Наиб. известны нелинейное ур-ние Клейна—Гордона $\Box\psi=m^2\psi+F(\psi)$, обобщающее линейное *Клейна—Гордона уравнение*, и нелинейное ур-ние Гельмгольца $\Delta\psi+k^2\psi=F(|\psi|^2)\psi$, учитывающее зависимость волнового числа от квадрата волновой ф-ции.

Нелинейные В. у. позволяют описать взаимодействие волн (в т. ч. и квазимонохроматических), возникновение и эволюцию ударных волн и солитонов, самофокусировку и самоканализацию и т. д.

*Лит.:* Морс Ф., Фешбах Г., Методы теоретической физики, пер. с англ., т. 1—2, М., 1958—60; Владимиров В. С., Уравнения математической физики, 4 изд., М., 1981; Уизем Дж., Линейные и нелинейные волны, пер. с англ., М., 1977.
*М. А. Миллер, Е. И. Якубович.*

**ВОЛНОВОЕ ЧИСЛО** — модуль *волнового вектора*; определяет пространственный период волны (длину волны $\lambda$) в направлении её распространения: $k=2\pi/\lambda=\omega/v_ф$ (где $\omega$ — круговая частота, $v_ф$ — фазовая скорость волны). В оптике и спектроскопии В. ч. часто наз. величину, обратную длине волны, $k=1/\lambda$.

**ВОЛНОВОЙ ВЕКТОР** — вектор $\boldsymbol{k}$, определяющий направление распространения и пространственный период плоской монохроматич. волны

$$u(\boldsymbol{r},\ t)=A_0\cos(\boldsymbol{kr}-\omega t+\varphi_0),$$

где $A_0$, $\varphi_0$ — постоянные амплитуда и фаза волны, $\omega$ — круговая частота, $\boldsymbol{r}$ — радиус-вектор.

Модуль В. в. наз. волновым числом $k=2\pi/\lambda$, где $\lambda$ — пространственный период или длина волны. В направлении В. в. происходит наибыстрейшее изменение фазы волны $\varphi=\boldsymbol{kr}-\omega t+\varphi_0$, т. е. $\boldsymbol{k}=\nabla\varphi$, поэтому оно и принимается за направление распространения. Скорость перемещения фазы в этом направлении, или фазовая скорость $v_ф$, определяется через волновое число $v_ф=\omega/k$. При классич. описании волновых процессов с В. в. связана плотность импульса $w\boldsymbol{k}/\omega$, где $w$ — плотность энергии. В квантовом пределе соответственно импульс $\boldsymbol{p}=\hbar\boldsymbol{k}$. Направление переноса энергии волной, вообще говоря, может и не совпадать с направлением В. в., как это имеет место, напр., в анизотропных средах или даже в изотропных средах с аномальной дисперсией, где возможен перенос энергии в направлении, противоположном В. в.

Понятие о В. в. может быть обобщено на случай квазигармонич. волн вида $u(\boldsymbol{r},t)=A(\boldsymbol{r},t)\cos\psi(\boldsymbol{r},t)$, если ввести локальный В. в. $\boldsymbol{k}(\boldsymbol{r},t)=\nabla\varphi$ и мгновенную частоту $\omega(\boldsymbol{r},t)=\partial\psi/\partial t$. Однако, однозначная интерпретация этих величин допустима только при выполнении неравенств:

$$\frac{1}{\omega A}\frac{\partial A}{\partial t}\ll 1;\ \frac{1}{kA}\,|\nabla A|\ll 1;$$

$$\frac{1}{\omega^2}\frac{\partial\omega}{\partial t}\ll 1;\ \frac{1}{\omega k}\,|\nabla\omega|\ll 1;\ \frac{1}{k_ik_j}\frac{\partial k_i}{\partial x_j}\ll 1,$$

где $k_i$ — декартовы составляющие В. в. ($i, j=1, 2, 3$). Эти условия устанавливают применимость лучевого описания волновых процессов (приближения *геометрической оптики* и *геометрической акустики*, квазиклассич. приближения).

Для эл.-магн. гармонической волны (в вакууме) В. в. $\boldsymbol{k}$ и величина $k_0=\omega/c$ ($c$ — скорость света) объединяются в единый волновой четырёхвектор, компоненты к-рого подчиняются при переходе от одной *инерциальной системы отсчёта* к другой (движущейся с относит. скоростью $\boldsymbol{u}$) *Лоренца преобразованием*:

$$k_0'c=\omega'=\frac{\omega-\boldsymbol{ku}}{\sqrt{1-u^2/c^2}},$$

$$\boldsymbol{k}'=\frac{\boldsymbol{k}-\omega\boldsymbol{u}/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}.$$

Первое из этих соотношений определяет *Доплера эффект*, второе — эффект аберрации углов прихода волн (или формируемых ими лучей).

*М. А. Миллер, Г. В. Пермитин.*

**ВОЛНОВОЙ КОЛЛАПС** — явление самопроизвольной концентрации (обычно с последующей диссипацией) волновой энергии в малой области пространства. Может иметь место при распространении разл. типов волн в средах с достаточно высоким уровнем нелинейности. Часто происходит взрывным образом (за конечное время). Примером В. к. является образование в результате эффекта *самофокусировки света* точечных фокусов, сопровождающих распространение интенсивных лазерных импульсов в прозрачном диэлектрике, открытое в 1965. В 1972 теоретически предсказан коллапс ленгмюровских волн в плазме, обнаруженный затем экспериментально. Впоследствии были теоретически изучены коллапсы волн разл. типов в плазме (эл.-магн., геликонных), а также коллапс звуковых волн и др.