личины $a^{+}_{\lambda}(\boldsymbol{k})$, $\tilde{a}^{+}_{\lambda}(\boldsymbol{k})$ — нек-рые комплексные ф-ции $\boldsymbol{k}$. В силу условия (1) $k_{\mu}e^{\lambda}_{\mu}=0$, или $e^{\lambda}_{0}=\boldsymbol{k}\boldsymbol{e}^{\lambda}/k_0$, т. е. e^{λ}_{μ} имеет три независимые компоненты $\boldsymbol{e}^1$, $\boldsymbol{e}^2$, $\boldsymbol{e}^3$, при этом $\boldsymbol{e}^3=(\boldsymbol{k}/|\boldsymbol{k}|)(k_0/m)$, а $\boldsymbol{e}^1$, $\boldsymbol{e}^2$ — два единичных вектора (орта поперечной поляризации), перпендикулярные $\boldsymbol{k}$ и друг другу. Вместо них часто используют векторы т. н. спирального базиса $\boldsymbol{e}_{\pm}=(\boldsymbol{e}^1\pm i\boldsymbol{e}^2)/\sqrt{2}$, описывающего циркулярную поляризацию, или *спиральность*. В КТП величины a_{λ} превращаются в операторы, подчиняющиеся *перестановочным соотношениям*:

$$[a^{+}_{\lambda}(\boldsymbol{k}),\ a_{\lambda'}(\boldsymbol{k}')]_{-}=[\tilde{a}^{+}_{\lambda}(\boldsymbol{k}),\ \tilde{a}_{\lambda'}(\boldsymbol{k}')]_{-}=\delta_{\lambda\lambda'}\delta(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}'), \quad (3)$$

где $\delta_{\lambda\lambda'}$ — *Кронекера символ*, $\delta(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')$ — *дельта-функция* (Дирака) векторного аргумента, а все остальные коммутаторы равны нулю, что позволяет трактовать эти величины как операторы рождения частицы $(a^{+}_{\lambda}(\boldsymbol{k}))$ и античастицы $(\tilde{a}^{+}_{\lambda}(\boldsymbol{k}))$ с импульсом $\boldsymbol{k}$, массой m и линейной поляризацией $\boldsymbol{e}^{\lambda}$, а $a_{\lambda}(\boldsymbol{k})$ и $\tilde{a}_{\lambda}(\boldsymbol{k})$ — как операторы уничтожения частицы и античастицы в этих состояниях.

Квантование В. п. с $m=0$ имеет, однако, свои особенности из-за того, что условие (1) оказывается несовместимым с перестановочными соотношениями (3) (см. *Квантовая электродинамика*, *Янга — Миллса поля*).

Особая выделенность В. п. связана с тем, что они играют фундам. роль в совр. теории элементарных частиц, выступая в качестве калибровочных полей, обеспечивающих калибровочную симметрию теории. Таковы, напр., эл.-магн. поле, глюонное поле (см. *Квантовая хромодинамика*), поле *промежуточных векторных бозонов* (см. *Электрослабое взаимодействие*). Соответствующие им векторные частицы (фотон, *глюоны*, промежуточные бозоны) служат переносчиками электромагнитного, сильного и слабого взаимодействий.

Лит.: Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В., Квантовые поля, М., 1980; Коноплёва Н. П., Попов В. Н., Калибровочные поля, М., 1980. *А. В. Ефремов.*

ВЕ́КТОРНОЕ ПРОСТРА́НСТВО (линейное пространство) — множество элементов, наз. векторами, для к-рых определены операции сложения и умножения на число. Простейший, но важный пример — совокупность векторов $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, ... обычного 3-мерного пространства. Каждый такой вектор — направленный отрезок, задаваемый тремя числами: $\boldsymbol{a}=\{x_1,\ x_2,\ x_3\}$; числа x_1, x_2, x_3 наз. координатами вектора. При умножении вектора на вещественное число λ соответствующий отрезок, сохраняя направление, растягивается в λ раз: $\lambda\boldsymbol{a}=\{\lambda x_1,\ \lambda x_2,\ \lambda x_3\}$. Сумма двух векторов находится по правилу параллелограмма; если $\boldsymbol{a}=\{x_1,\ x_2,\ x_3\}$ и $\boldsymbol{b}=\{y_1,\ y_2,\ y_3\}$, то $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\{x_1+y_1,\ x_2+y_2,\ x_3+y_3\}$. Паре векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ сопоставляют также скалярное произведение $(\boldsymbol{a}\boldsymbol{b})=x_1y_1+x_2y_2+x_3y_3$ (см. *Векторная алгебра*). Непосредств. обобщением 3-мерного пространства является n-мерное *евклидово пространство*. Его элементы — упорядоченные наборы вещественных чисел, напр. $\boldsymbol{a}=\{x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n\}$, $\boldsymbol{b}=\{y_1,\ y_2,\ \ldots,\ y_n\}$. Сложение и умножение векторов на число определены ф-лами $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\{x_1+y_1,\ x_2+y_2,\ \ldots,\ x_n+y_n\}$, $\lambda\boldsymbol{a}=\{\lambda x_1,\ \lambda x_2,\ \ldots,\ \lambda x_n\}$, а скалярное произведение — ф-лой $(\boldsymbol{a}\boldsymbol{b})=x_1y_1+x_2y_2+\ldots+x_ny_n$. Примером комплексного бесконечномерного В. п. может служить совокупность $L^2(\mathbb{R}^1)$ комплексных ф-ций f, заданных на всей оси $\mathbb{R}^1$ и квадратично суммируемых (т. е. имеющих конечный интеграл $\int_{-\infty}^{\infty}|f(x)|^2dx$). Многие классы ф-ций, напр. полиномы заданного порядка, ф-ции непрерывные, дифференцируемые, интегрируемые, аналитические и т. п., также образуют бесконечномерные В. п.

В каждом В. п., помимо операций сложения и умножения на число, обычно имеются те или иные дополнит. операции и структуры (напр., определено скалярное произведение). Если же не уточняют природы элементов В. п. и не предполагают в нём никаких дополнит. свойств, то В. п. наз. абстрактным. Абстрактное В. п. L задают с помощью след. аксиом: 1) любой паре элементов x и y из L сопоставлен единств. элемент z, наз. их суммой $z=x+y$ и принадлежащий L; 2) для любого числа λ и любого элемента x из L определён элемент z, наз. их произведением $z=\lambda x$ и принадлежащий L; 3) операции сложения и умножения на число являются ассоциативными и дистрибутивными. Сложение допускает обратную операцию, т. е. для любых x и y из L существует единств. элемент w из L такой, что $x+w=y$. Кроме того, имеют место ф-лы $\lambda(x+y)=\lambda x+\lambda y$, $(\lambda_1+\lambda_2)x=\lambda_1x+\lambda_2x$. Если все числа λ вещественны (комплексны), говорят о вещественном (комплексном) В. п.; множество чисел λ наз. полем скаляров L. Понятие В. п. можно ввести и для произвольного поля, напр. поля *кватернионов*.

Если x_1, x_2, ..., x_s — элементы В. п. L, то выражение вида $\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+\ldots+\lambda_sx_s$ наз. их линейной комбинацией; совокупность всех линейных комбинаций элементов подмножества S из L наз. линейной оболочкой S. Векторы x_1, x_2, ..., x_s из L наз. линейно независимыми, если условие $\lambda_1x_1+\lambda_2x_2+\ldots+\lambda_sx_s=0$ (λ_1, λ_2,..., λ_s — любые элементы поля скаляров) может выполняться только при $\lambda_1=\lambda_2=\ldots=\lambda_s=0$. Бесконечная система векторов наз. линейно независимой, если любая её конечная часть является линейно независимой. Множество элементов x_1, x_2, ... подмножества S из L наз. системой образующих S, если любой вектор x из S можно представить в виде линейной комбинации этих элементов. Линейно независимая система образующих S наз. *базисом* S, если разложение любого элемента S по этой системе единственно. Базис, элементы к-рого к.-л. образом параметризованы, наз. системой координат в S. Базис В. п. всегда существует, хотя и не определяется однозначно. Если базис состоит из конечного числа n элементов, то В. п. наз. n-мерным (конечномерным); если базис — бесконечное множество, то В. п. наз. бесконечномерным. Выделяют также счётномерные В. п., у к-рых имеется счётный базис.

Подмножества В. п. L, замкнутые относительно его операций, наз. подпространствами L. По любому подпространству S можно построить новое В. п. L/S, наз. фактор-пространством L по S: каждый его элемент есть множество векторов из L, различающихся между собой на элемент из S. Размерность L/S наз. коразмерностью подпространства S в L; если размерности L и S равны соответственно n и k, то коразмерность S в L равна $n-k$. Если J — произвольное множество индексов i и S_i — семейство подпространств L, то совокупность всех векторов, принадлежащих каждому из S_i, есть подпространство, наз. пересечением указанных подпространств и обозначаемое $\bigcap\limits_i S_i$. Для конечного семейства подпространств S_1, ..., S_s совокупность всех векторов, представимых в виде

$$x=x_1+x_2+\ldots+x_s,\ x_i \text{ из } S_i, \quad (*)$$

есть подпространство, наз. суммой S_1, ..., S_s и обозначаемое $S_1+\ldots+S_s$. Если для любого элемента суммы $S_1+\ldots+S_s$ представление в виде (*) единственно, эта сумма наз. прямой и обозначается $S_1\oplus\ldots\oplus S_s$. Сумма подпространств является прямой тогда и только тогда, когда пересечение этих подпространств состоит только из нулевого вектора. Размерность суммы подпространств равна сумме размерностей этих подпространств минус размерность их пересечения. В. п. L_1 и L_2 наз. изоморфными, если существует взаимно однозначное соответствие между их элементами, согласованное с операциями в них; L_1 и L_2 изоморфны тогда и только тогда, когда они имеют одинаковую размерность.

Конкретные примеры В. п. можно найти в матем. аппарате практически любого раздела физики. Конеч-