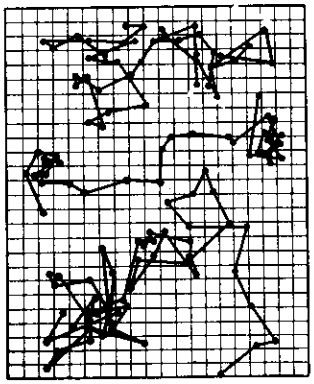
наблюдения τ достаточно велик, чтобы силы, действующие на частицу со стороны молекул среды, много раз меняли своё направление, то ср. квадрат проекции её смещения $\overline{\Delta x^2}$ на к.-л. ось (в отсутствие др. внеш. сил) пропорционален времени τ (закон Эйнштейна):

$$\overline{\Delta x^2} = 2D\tau, \qquad (1)$$

где D — коэф. диффузии броуновской частицы. Для сферич. частиц радиусом a: $D = kT/6\pi\eta a$ (T — абс. темп-ра, η — динамич. вязкость среды). При выводе закона Эйнштейна предполагается, что смещения частицы в любом направлении равновероятны и что можно пренебречь инерцией броуновской частицы по сравнению с влиянием сил трения (это допустимо для достаточно больших τ). Ф-ла для коэф. D основана на применении *Стокса закона* для гидродинамич. сопротивления движению сферы радиусом a в вязкой жидкости. Соотношения для $\overline{\Delta x^2}$ и D были экспериментально подтверждены измерениями Ж. Перрена (J. Perrin) и Т. Сведберга (T. Svedberg). Из этих измерений экспериментально определены постоянная Больцмана k и *Авогадро постоянная* N_A.



Броуновское движение трёх частиц гуммигута в воде (по Перрену). Точками отмечены положения частиц через каждые 30 с. Радиус частиц 0,52 мкм, расстояния между делениями сетки 3,4 мкм.

Кроме поступательного Б. д., существует также вращательное Б. д. — беспорядочное вращение броуновской частицы под влиянием ударов молекул среды. Для вращат. Б. д. ср. квадратичное угловое смещение частицы $\overline{\Delta\varphi^2}$ пропорционально времени наблюдения

$$\overline{\Delta\varphi^2} = 2D_{\text{вр}}\tau, \qquad (2)$$

где $D_{\text{вр}}$ — коэф. диффузии вращат. Б. д., равный для сферич. частицы: $D_{\text{вр}} = kT/8\pi\eta a^3$. Эти соотношения были также подтверждены опытами Перрена, хотя этот эффект гораздо труднее наблюдать, чем поступательное Б. д.

Теория Б. д. исходит из представления о движении частицы под влиянием «случайной» обобщённой силы $f(t)$, к-рая описывает влияние ударов молекул и в среднем равна нулю, систематич. внеш. силы X, к-рая может зависеть от времени, и силы трения $-h\dot{x}$, возникающей при движении частицы в среде со скоростью $\dot{x}$. Ур-ние случайного движения броуновской частицы — *Ланжевена уравнение* — имеет вид:

$$m\ddot{x} + h\dot{x} = X + f(t), \qquad (3)$$

где m — масса частицы (или, если x — угол, её момент инерции), h — коэф. трения при движении частицы в среде. Для достаточно больших промежутков времени ($\tau \gg m/h$) инерцией частицы (т. е. членом $m\ddot{x}$) можно пренебречь и, проинтегрировав ур-ние Ланжевена при условии, что ср. произведение импульсов случайной силы для неперекрывающихся промежутков времени равно нулю, найти ср. квадрат флуктуаций $\overline{\Delta x^2}$, т. е. вывести соотношение Эйнштейна. В более общей задаче теории Б. д. последовательность значений координат и импульсов частиц через равные промежутки времени рассматривается как *марковский случайный процесс*, что является др. формулировкой предположения о независимости толчков, испытываемых частицами в разные неперекрывающиеся промежутки времени. В этом случае вероятность состояния x в момент t полностью определяется вероятностью состояния x_0 в момент t_0 и можно ввести ф-цию $w(t_0, x_0; t, x)$ — плотность вероятности перехода из состояния x_0 в состояние, для к-рого x лежит в пределах x, $x+dx$ в момент времени t. Плотность вероятности удовлетворяет интегральному ур-нию Смолуховского, к-рое выражает отсутствие «памяти» о нач. состоянии для случайного марковского процесса. Это ур-ние для многих задач теории Б. д. можно свести к дифференц. *Фоккера — Планка уравнению* в частных производных — обобщённому ур-нию диффузии в *фазовом пространстве*. Поэтому решение задач теории Б. д. можно свести к интегрированию Фоккера — Планка ур-ния при определ. граничных и нач. условиях. Матем. моделью Б. д. является *винеровский случайный процесс*.

Статистич. механика *неравновесных процессов* позволяет выразить коэф. трения броуновской частицы в среде через интеграл по времени от временной корреляц. ф-ции действующих на неё сил [Дж. Кирквуд (J. G. Kirkwood), 1946, Лебовиц (J. L. Lebowitz) и Рубин (E. Rubin), 1963]. Методы теории Б. д. оказали большое влияние на статистич. теорию неравновесных процессов в жидкостях [Дж. Кирквуд, М. Грин (M. S. Green), 1952, 1954]. Выражения для *кинетических коэффициентов* жидкости (вязкости, диффузии, теплопроводности) через корреляц. ф-ции потоков (*Грина — Кубо формулы*) тесно связаны с ф-лой Эйнштейна для среднего квадрата смещения.

Теория Б. д. имеет принципиальное значение, она проясняет статистич. природу *второго начала термодинамики* и показывает границы его применимости. Она позволила уточнить критерии обратимости или необратимости молекулярных процессов и показать, что различие между ними не носит абс. характера. По Смолуховскому, процесс является необратимым, если переход из рассматриваемого состояния в исходное требует большого времени, и обратимым, если время возврата невелико. Смолуховскому удалось оценить время возврата, к-рое относится к экспериментально наблюдаемому параметру, т. е. является характеристикой макросостояния, а не микросостояния.

Теория Б. д. находит приложение в физ. химии дисперсных систем, на ней основаны кинетич. теория коагуляции растворов (М. Смолуховский, 1916), теория седиментац. равновесия (равновесия дисперсных систем в поле тяготения или в поле центробежной силы). В *метрологии* Б. д. рассматривают как осн. фактор, ограничивающий точность чувствит. измерит. приборов. Предел точности измерений оказывается достигнутым, когда флуктуационное (броуновское) смещение подвижных частей измерительного прибора по порядку величины совпадёт со смещением, вызванным измеряемым эффектом.

Лит.: Эйнштейн А., Смолуховский М., Броуновское движение. Сб. ст., [пер. с нем. и франц.], М.— Л., 1936; Чандрасекар С., Стохастические проблемы в физике и астрономии, пер. с англ., М., 1947; Исихара А., Статистическая физика, пер. с англ., М., 1973; Хир К., Статистическая механика, кинетическая теория и стохастические процессы, пер. с англ., М., 1976, гл. 10; Lax M., Fluctuations from the nonequilibrium steady state, «Revs Mod. Phys.», 1960, v. 32, p. 25; Kirkwood J. G., The statistical mechanical theory of transport processes. I, «J. Chem. Phys.», 1946, v. 14, p. 180; Lebowitz J. L., Rubin E., Dynamical study of Brownian motion, «Phys. Rev.», 1963, v. 131, p. 2381; Green M. S., Markoff random processes and the statistical mechanics of time-dependent phenomena. I—II, «J. Chem. Phys.», 1952, v. 20, p. 1281; 1954, v. 22, p. 398.

Д. Н. Зубарев.

БРУ́КСА — ХЕ́РРИНГА ФО́РМУЛА — определяет время свободного пробега носителей заряда в *полупроводниках* в условиях, когда рассеяние носителей происходит преимущественно на ионизованных примесях (низкие темп-ры, высокие концентрации примесей). Б.— Х. ф. имеет вид:

$$\tau(\mathcal{E}) = \frac{\varepsilon^2 \sqrt{2m^* \mathcal{E}^3}}{\pi e^4 N \Phi(x)},$$

где τ — время свободного пробега носителя заряда с энергией $\mathcal{E}$; e — заряд электрона, ε — диэлектрич.