темп-ра бозе-конденсации, или темп-ра вырождения, находится из условия $\mu=0$, $N_0=0$, к-рое записывают в след. виде: $N=V\Lambda^{-3}G_{3/2}(1)$. При $T=0$ все частицы находятся в конденсате, при $T<T_0$ в конденсате находится лишь N_0 частиц, а остальные подчиняются распределению Бозе — Эйнштейна с $\mu=0$. При $T<T_0$ давление оказывается ф-цией только темп-ры $P/kT=\Lambda^{-3}G_{5/2}(1)$ и не зависит от объёма, т. к. частицы конденсата, не обладая импульсом, не дают вклада в давление. При $T=T_0$ производная теплоёмкости испытывает конечный скачок, а сама теплоёмкость, энергия и давление остаются непрерывными, следовательно система совершает своеобразный фазовый переход.

Для жидкого ^{4}He в модели идеального газа темп-ра вырождения $T_0=3{,}13$ К близка темп-ре перехода в сверхтекучее состояние, равной 2,18 К, но это не означает, что переход в сверхтекучее состояние есть Б.— Э. к. идеального газа, т. к. для явления *сверхтекучести* существенно взаимодействие между атомами. В неидеальном бозе-газе явление Б.— Э. к. сохраняется, а неидеальность приводит к появлению частиц с ненулевым импульсом даже при $T=0$, в слабонеидеальном бозе-газе малой плотности

$$N_0/N=1-(^8/_3)\,(Na^3/\pi V)^{1/2}$$

при $Na^3/V\ll 1$, где a — длина рассеяния для потенциала взаимодействия. Если плотность не мала, то число частиц в конденсате можно оценить вариационным методом. Для бозе-жидкости со взаимодействием молекул как твёрдых сфер диаметра b

$$N_0=N\exp\left[-1-4\pi Nb^3/3V\right].$$

Для ^{4}He $b=2{,}56\cdot10^{-8}$ см, $V/N=46{,}2\cdot10^{-24}$ см^3, поэтому $N_0/N\sim0{,}08$. По оценкам, основанным на рассеянии нейтронов, плотность конденсата в ^{4}He $\sim$ неск. % и обладает примерно такой же температурной зависимостью, как и плотность сверхтекучей компоненты. Однако плотность частиц конденсата и плотность сверхтекучей компоненты нельзя отождествить, т. к. при $T=0$ К вся жидкость является сверхтекучей, хотя не все её частицы находятся в конденсате.

Б.— Э. к. приводит к квантовой когерентности волн де Бройля на макроскопич. масштабах. Конденсат описывается волновой ф-цией, когерентной во всём объёме. При Б.— Э. к. происходит *спонтанное нарушение симметрии*, связанной с инвариантностью гамильтониана системы относительно калибровочных преобразований; состояние с конечной плотностью конденсата не является калибровочно инвариантным.

Сверхпроводимость можно рассматривать как следствие Б.—Э. к. коррелированных куперовских пар электронов с противоположно направленными импульсами и спинами.

Лит.: Эйнштейн А., Собр. научных трудов, т. 3, М., 1966; London F., On the Bose—Einstein condensation, «Phys. Rev.», 1938, v. 54, p. 947. См. также лит. при ст. *Статистическая физика*. *Д. Н. Зубарев.*

БОЗЕ—ЭЙНШТЕЙНА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ — функция распределения по уровням энергии тождеств. частиц с нулевым или целочисл. спином при условии, что взаимодействие частиц слабое и им можно пренебречь, т. е. ф-ция распределения идеального квантового газа, подчиняющегося *Бозе — Эйнштейна статистике*.

В случае статистич. равновесия ср. число n_i таких частиц в состоянии с энергией ε_i при темп-ре T выше *вырождения температуры* определяется Б.—Э. р.

$$n_i=\left[\exp\left((\varepsilon_i-\mu)/kT\right)-1\right]^{-1},$$

где i — набор квантовых чисел, характеризующих состояние частицы, μ — хим. потенциал.

Б.— Э. р. соответствует максимуму *статистического веса* (или энтропии) с учётом неразличимости частиц, отвечающей требованиям бозе-статистики. При темп-ре ниже темп-ры вырождения бозе-газ испытывает *Бозе — Эйнштейна конденсацию*, при к-рой часть частиц скапливается в состоянии с нулевым импульсом, а остальные частицы распределены согласно Б.— Э. р. с $\mu=0$.

Д. Н. Зубарев.

БОЗЕ—ЭЙНШТЕЙНА СТАТИСТИКА (бозе-статистика) — квантовая статистика, применяемая к системам тождественных частиц с нулевым или целым *спином* (в единицах $\hbar$). Предложена в 1924 Ш. Бозе (Sh. Bose) для *фотонов* и в том же году развита А. Эйнштейном (A. Einstein) применительно к молекулам *идеального газа*. Характерная особенность Б.— Э. с. заключается в том, что в одном и том же квантовом состоянии может находиться любое число частиц. В. Паули (W. Pauli) доказал (*Паули теорема*), что тип квантовой статистики однозначно связан со значением спина частиц, так что совокупности частиц с нулевым или целым спином (ядра с чётным числом нуклонов, фотоны, π-мезоны и др.— т. н. *бозоны*) подчиняются Б.—Э. с., а системы частиц с полуцелым спином (электроны, нуклоны, ядра с нечётным числом нуклонов и др.— т. н. фермионы) подчиняются *Ферми — Дирака статистике*.

При квантовомеханич. описании состояние системы определяется *волновой функцией*, к-рая в случае тождественных частиц либо симметрична по отношению к перестановкам любой пары частиц (для частиц с целым спином), либо антисимметрична (для частиц с полуцелым спином). Для системы частиц, подчиняющихся Б.— Э. с., состояния описываются симметричными функциями, что является другой эквивалентной формулировкой Б.—Э. с. Подобные системы наз. бозе-системами, напр. *бозе-газ*.

Для идеального бозе-газа в случае статистич. равновесия (при темп-ре выше *вырождения температуры*) ср. число частиц $\overline{n_i}$ в состоянии i определяется *Бозе — Эйнштейна распределением*

$$\overline{n_i}=\{\exp\left[(\mathscr{E}_i-\mu)/kT\right]-1\}^{-1},$$

где $\mathscr{E}_i$ — энергия частицы в состоянии i (для частиц с импульсом p и массой m, равная $p^2/2m$), T — абс. темп-ра, μ — *химический потенциал*, определяемый из след. условия: сумма всех n_i должна быть равна полному числу частиц в системе. Хим. потенциал бозе-газа μ не может быть положительным, иначе ф-ция распределения частиц по энергиям была бы для нек-рых состояний i отрицательной, что невозможно по самому определению $\overline{n_i}$. Для систем с переменным числом частиц $\mu=0$. При $\exp(-\mu/kT)\gg1$, когда все $\overline{n_i}$ малы, распределение Бозе — Эйнштейна переходит в *Больцмана распределение* $\overline{n_i}=\exp\left[(\mu-\mathscr{E}_i)/kT\right]$. При низких темп-рах (ниже темп-ры вырождения бозе-газа) часть частиц переходит в состояние с нулевым импульсом и наступает *Бозе — Эйнштейна конденсация*.

Ф-ла для $\overline{n_i}$ следует из *Гиббса распределения* для идеального квантового газа с уровнями энергии $\mathscr{E}_n=\sum_i \mathscr{E}_i n_i$, где n_i, согласно Б.— Э. с., могут принимать лишь значения 0, 1, 2, ...

Распределение Бозе — Эйнштейна можно получить и др. методом, если рассматривать статистически равновесное состояние квантового газа как наиболее вероятное состояние и с помощью комбинаторики, учитывая неразличимость частиц, найти термодинамическую вероятность (*статистический вес*) такого состояния, т. е. число способов реализации данного состояния газа и заданной энергией $\mathscr{E}$ и числом частиц N. Для больших систем, когда N велико, уровни энергии расположены очень плотно и стремятся к непрерывному распределению при стремлении числа частиц и объёма системы к бесконечности. Пусть уровни сгруппированы по малым ячейкам, содержащим G_i уровней в ячейке, число G_i предполагается очень большим. Каждой i-й ячейке соответствует средняя энергия $\mathscr{E}_i$ и число частиц N_i. Состояние системы определяется набором чисел N_i, где N_i — сумма n_i по уровням ячейки. Для Б.— Э. с.