штейна, т. е. гамильтониан Б.-г. можно приближённо представить в виде:

$$H = E_0 + \sum_p E(p)\, n_p, \qquad (1)$$

где E_0 — энергия осн. состояния, n_p — числа заполнения для квазичастиц с импульсом p и массой m, принимающие значения 0, 1, 2, . . .,

$$E(p) = \left[\frac{p^2}{2m}\frac{N_0}{V}\nu(p) + \frac{p^4}{4m^2}\right]^{1/2} \qquad (2)$$

— энергия квазичастиц,

$$\nu(p) = \int \Phi(x)\exp(-ipx/\hbar)\, dx$$

— фурье-компонента потенциала взаимодействия $\Phi(x)$, N_0 — число частиц в конденсате, V — объём; для слабонеидеального Б.-г. $N_0 \approx N$, где N — число частиц. При малых импульсах p спектр в (2) имеет фононный характер, т. е. $E(p) \simeq cp$, где $c = (\rho\nu(0)/2m)^{1/2}$ — скорость звука в Б.-г., ρ — плотность газа. При больших импульсах ф-ла (2) переходит в спектр идеального газа $E(p) = p^2/2m$. Осн. член под знаком корня в ф-ле (2) пропорционален потенциалу взаимодействия, следовательно этот результат нельзя получить с помощью простой теории возмущений, основанной на разложении по степеням потенциала взаимодействия. Эта трудность была разрешена Н. Н. Боголюбовым в 1947.

Метод Боголюбова основан на том, что при нулевой темп-ре в неидеальном Б.-г. со слабым взаимодействием бо́льшая часть частиц N_0 находится в «конденсате» с нулевым импульсом, поэтому бозе-операторы a_0 и a_0^+ уничтожения и рождения частиц с нулевым импульсом (к-рые удовлетворяют перестановочному соотношению $a_0a_0^+ - a_0^+a_0 = 1$) можно считать не операторами, а числами. Гамильтониан неидеального Б.-г. в представлении *вторичного квантования* имеет вид:

$$H = \sum_p (p^2/2m)\, a_p^+ a_p +$$

$$+ (2V)^{-1} \sum_{p_1+p_2=p_1'+p_2'} \nu(p_1 - p_1')\, a_{p_1}^+ a_{p_2}^+ a_{p_2'} a_{p_1'}, \qquad (3)$$

где a_p^+ и a_p — операторы рождения и уничтожения бозе-частиц с импульсом p, удовлетворяющие перестановочным соотношениям

$$a_p a_{p_1}^+ - a_{p_1}^+ a_p = \delta_{pp_1},$$

$$a_p^+ a_{p_1}^+ - a_{p_1}^+ a_p^+ = a_p a_{p_1} - a_{p_1} a_p = 0,$$

где δ_{pp_1} — символ Кронекера. Операторы a_p и a_p^+ можно рассматривать как малые величины по сравнению с a_0 и a_0^+, ограничиться в гамильтониане квадратичными членами по a_p и a_p^+ и ввести вместо них новые бозе-операторы $b_p = a_0^+ N_0^{-1/2} a_p$, $b_p^+ = a_0 N_0^{-1/2} a_p^+$. Тогда гамильтониан принимает вид:

$$H = \frac{N^2}{2V}\nu(0) + \sum_p \left\{\frac{p^2}{2m} b_p^+ b_p + \right.$$

$$\left. + \frac{N_0}{V}\nu(p)\left(b_p^+ b_{-p}^+ + b_{-p} b_p + 2b_p^+ b_p\right)\right\}. \qquad (4)$$

Этот гамильтониан представляет собой квадратичную форму относительно операторов b_p^+ и b_p и приводится к диагональному виду с помощью *Боголюбова канонического преобразования*. Т. о., для энергии квазичастиц получается ф-ла (2). Анализ этой ф-лы показывает, что модель слабонеидеального Б.-г. может объяснить свойство *сверхтекучести*, типичное для квантовых жидкостей, а также образование вихревых нитей.

Удобно ввести эффективный потенциал взаимодействия с той же длиной рассеяния a, но допускающий применение теории возмущений. Тогда в борновском приближении заменяют $\nu(p)$ величиной $4\pi\hbar^2 a/m$. Условием слабой неидеальности Б.-г. служит неравенство $a(N/V)^{1/3} \ll 1$.

Спектр Б.-г. малой плотности можно получить также методом *Грина функций* и методом *коллективных переменных*. Спектр $F(k)$ квазичастиц Б.-г. в общем случае можно выразить через структурный фактор $S(k)$:

$$E(k) = \hbar^2 k^2/2mS(k),$$

где $k = p/\hbar$ — волновой вектор,

$$S(k) = \int g(x)\exp(ikx)\, dx,$$

$g(x)$ — корреляц. ф-ция плотности. Величину $S(k)$ можно получить из экспериментов по *рассеянию нейтронов*.

Лит.: Хуанг К., Статистическая механика, пер. с англ., М., 1966; Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П., Статистическая физика, ч. 2, М., 1978; Боголюбов Н. Н., Избр. труды по статистической физике, М., 1979.

Д. Н. Зубарев.

БО́ЗЕ-ЖИ́ДКОСТЬ — квантовая жидкость, в к-рой элементарные возбуждения (*квазичастицы*) обладают нулевым или целочисл. спином; подчиняется *Бозе — Эйнштейна статистике*. К Б.-ж. относятся, напр., жидкий ⁴He, к-рый при низкой темп-ре может перейти в состояние *сверхтекучести*, а также совокупность куперовских пар электронов, образование к-рых приводит к *сверхпроводимости*. См. *Квантовая жидкость*.

БО́ЗЕ-СТАТИ́СТИКА — то же, что *Бозе — Эйнштейна статистика*.

БО́ЗЕ-ЧАСТИ́ЦЫ — то же, что *бозоны*.

БО́ЗЕ—ЭЙНШТЕ́ЙНА КОНДЕНСА́ЦИЯ (бозе-конденсация) — квантовое явление, состоящее в том, что в системе из большого числа частиц, подчиняющихся *Бозе — Эйнштейна статистике* (бозе-газ или бозе-жидкость), при темп-рах ниже *вырождения температуры* в состоянии с нулевым импульсом оказывается конечная доля всех частиц системы. Термин «Б.—Э. к.» основан на аналогии этого явления с конденсацией газа в жидкость, хотя эти явления совершенно различны, т. к. при Б.— Э. к. она происходит в пространстве импульсов, а распределение частиц в координатном пространстве не меняется. Теория Б.— Э. к. построена А. Эйнштейном (A. Einstein) в 1925 и развита Ф. Лондоном (F. London) в 1938.

Поскольку Б.— Э. к. происходит даже в идеальном бозе-газе, её причиной являются свойства симметрии волновой ф-ции частиц, а не взаимодействия между ними. Для идеального бозе-газа из *Бозе — Эйнштейна распределения*

$$n_p = \{\exp[(\varepsilon_p - \mu)/kT] - 1\}^{-1}$$

(где T — абс. темп-ра, ε_p — энергия частицы с импульсом p, μ — хим. потенциал) следует, что в низшем энергетич. состоянии с $p=0$ находится

$$N_0 = [\exp(-\mu/kT) - 1]^{-1}$$

частиц. Из положительности N_0 следует, что $\mu < 0$. Если фактор вырождения $\lambda = \exp(\mu/kT)$ близок к 1, то в состоянии с $p=0$ может быть очень много частиц. Поэтому нельзя пренебрегать вкладом частиц с $p=0$ при вычислении ср. величин. Из условия постоянства полного числа частиц $\sum_p n_p = N$ в объёме V следует ур-ние для N_0:

$$N = N_0 + V\Lambda^{-3} G_{3/2}(\lambda),$$

$G_s(\lambda) = \sum_{l=1}^{\infty} \lambda^l l^{-s}$, $\Lambda = (h^2/2\pi mkT)^{1/2}$ — длина волны де Бройля, соответствующая тепловому движению, m — масса частицы. Отсюда $N_0 = N[1 - (T/T_0)^{3/2}]$; T_0 —