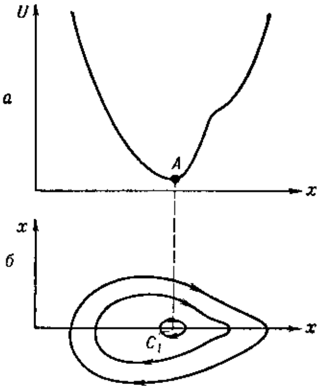


Рис. 4. *а* — схема движения шарика после бифуркации; *б* — фазовый портрет.

имеют вид скручивающихся спиралей, а при большом — парабол (рис. 2). Эти кажущиеся, на первый взгляд, различными фазовые портреты введением новой системы координат можно свести один к другому, т. е. переход от фазового портрета рис. 2, *а* к рис. 2, *б* не представляет собой Б., поскольку Б.— это переход от данной системы к топологически неэквивалентной.

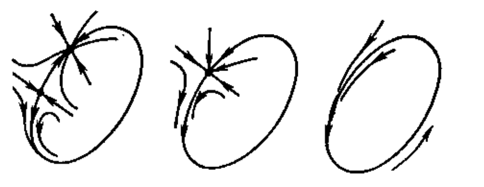
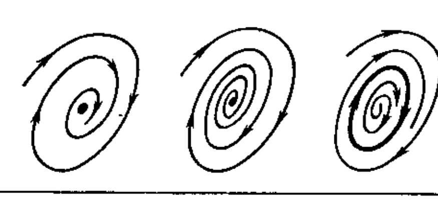
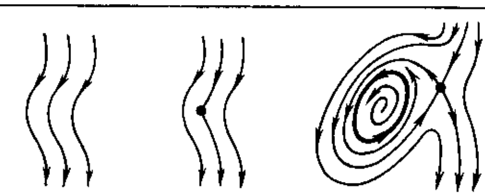
Среди разл. Б. при анализе моделей физ. систем особенно интересны т. н. локальные. Это Б., при к-рых происходит перестройка отд. движений динамич. системы. Простейшими и наиб. важными из них являются Б. состояний равновесия и периодич. движений.

Бифуркации состояний равновесия. Осн. Б. состояний равновесия: 1) слияние и последующее исчезновение двух состояний равновесия. Примером может служить движение шарика в потенциальной яме с «полочкой» (рис. 3). При сглаживании полочки *BD* состояния равновесия седло *S* и центр C_2 сливаются и исчезают (рис. 4).

2) Рождение предельного цикла из состояния равновесия. Пример такой Б.— переход простейшего лампового генератора при соответствующем изменении управляющего напряжения от режима статич. колебаний к автоколебат. режиму (см. *Автоколебания*). В этом случае на фазовой плоскости $(x, \dot{x})$ из устойчивого фокуса в начале координат при коэф. затухания $\alpha \geq 0$ рождается *предельный цикл* (табл. 1, строка 4), амплитуда к-рого при малых α порядок $\sqrt{\alpha}$, а фокус становится неустойчивым.

3) Рождение из одного равновесного состояния трёх состояний равновесия (спонтанное нарушение симметрии). Напр., изменению движения шарика в жёлобе при появлении на дне жёлоба бугорка соответствует Б., при к-рой из вырожденного состояния равновесия типа центр (рис. 5, *а*) возникают три состояния равно-

Табл. 1.—**Рождение периодических движений**

Характер возникновения периодических движений (автоколебаний)	Фазовый портрет до бифуркации	В момент бифуркации	После бифуркации	Модель	Комментарии
1. Жёсткое по амплитуде и мягкое по частоте				Ур-ния для амплитуд генератора Ван дер Поля, находящегося под действием периодич. силы $\dot{a}=a\,[1-(a^2+b^2)]-\Delta\omega b-a_{вн}$ $\dot{b}=b\,[1-(a^2+b^2)]-\Delta\omega a$ ($\Delta\omega$—расстройка частоты)	В исходных (неусреднённых) ур-ниях $\ddot{x}-\mu\,(1-x^2)\,\dot{x}+x=A\sin\theta$, $\dot{\theta}=\omega$ этой бифуркации соответствует рождение тора, что в эксперименте отвечает переходу неавтономного осциллятора из режима синхронизации в режим биений
2. » »				Ур-ние Ван дер Поля — Дюффинга $\ddot{x}=\mu\,(1-x^2)\,\dot{x}+x-x^3=0$	Для стационарных волн в неравновесных средах такой Б. соответствует переход от квазигармонич. волны к солитону и затем — кноидальной волне
3. Жёсткое и по амплитуде и по частоте				Ур-ние автогенератора с жёстким возбуждением $\ddot{x}+\mu(1-x^2+\alpha x^4)\dot{x}+x=0$	Одна из наиб. типичных бифуркаций рождения или исчезновения периодич. движений
4. Мягкое по амплитуде и жёсткое по частоте				Ур-ние Ван дер Поля $\ddot{x}-(\alpha-x^2)\,\dot{x}+x=0$	Бифуркация Андронова—Хопфа встречается в самых разл. областях физики
5. Мягкое по амплитуде и мягкое по частоте					Такая бифуркация осуществляется при варьировании двух или более параметров. Встречается в ур-ниях гидродинамики