

Второй подход основан на теории динамических систем; переменными являются концентрации, числа особей в экологич. системе, электр. мембранные потенциалы и т. п. Ур-ния обычно нелинейны и имеют ту же форму, что и ур-ния хим. кинетики:

$$dx_j/dt = \mathcal{F}_j(x_1, x_2, \dots, x_m); j=1, 2, \dots, m. \quad (2)$$

Перейти от ур-ний типа (1) к ур-ниям типа (2) можно, заменив распределения P_i первыми моментами. Так, если P_i — вероятность застать в системе объёма V определ. число n_i молекул данного вещества, то его концентрация равна: $x_i = V^{-1} \sum_i P_i n_i$. Ур-ния для моментов, полученные из (1), имеют форму (2), но содержат, помимо динамич. ф-ции \mathcal{F}_j , стохастич. добавку. Последняя мала, если распределения P_i достаточно узки (близки к δ -образным).

Первый подход используют, если множество состояний дискретно и число их невелико, напр. в кинетике ферментативных реакций. При этом P_i — вероятность застать ферментный комплекс в i -м состоянии. Вероятностный подход применяют также при описании изменений состояний клетки от момента её появления до деления (при этом P_i — вероятность застать клетку в i -й фазе) и в ряде др. задач.

Динамич. подход конструктивен, когда число состояний системы достаточно велико. Ур-ния записывают на основании данных о структуре системы, свойствах процесса и характерных временах его стадий. При этом используют методы редукции системы (т. е. сведения её к системе с меньшим числом ур-ний и переменных), основанные на принципах временной иерархии и структурной организации. Временная иерархия означает, что характерные времена процессов разбиваются на группы так, что внутри группы они одного порядка, но сильно отличаются от времён других групп. Такая ситуация обычно реализуется в биол. процессах, поскольку при этом существенно упрощается управление процессом (в т. ч. и самоуправление). При моделировании процесса с характерным временем временная иерархия позволяет все переменные с большими временами изменения считать пост. параметрами, а перем. процессы с меньшими временами выразить через искомые переменные.

Структурная организация означает, что система разбивается на ячейки, почти (но не полностью) изолированные друг от друга. Это позволяет поддерживать термодинамически неравновесное состояние биол. системы, а также упрощает управление ею (и самоуправление). Такая организация в первом приближении даёт возможность рассматривать процессы в каждой ячейке независимо и в след. приближении учитывать взаимодействия между ними. Задачи о движении веществ в пространстве сводятся к обмену между ячейками, к-рый описывается ур-ниями типа (2).

Математическое моделирование преследует две цели: 1) качеств. описание нетривиальных явлений, таких, как автоколебания, возникновение и исчезновение стационарных состояний и т. п. Для этой цели строят максимально упрощённые (базовые) модели. Большинство из них состоит из двух ур-ний; 2) количеств. описание конкретных процессов, качеств. поведение к-рых известно. Для этой цели строят т. н. имитационные модели; они могут содержать много ур-ний и параметров, к-рые определяют из сравнения с эксперим. данными.

Модель Лотки и Вольтерра для описания сосуществования хищников (их число N_1) и жертв (их число N_2):

$$\begin{aligned} dN_1/dt &= \varepsilon_1 N_1 N_2 - \gamma_1 N_1, \\ dN_2/dt &= \varepsilon_2 N_2 - \gamma_2 N_1 N_2, \end{aligned} \quad (3)$$

ε_1 и ε_2 — коэф. рождаемости (принято, что для рождения хищника ему необходимо съесть жертву), γ_1 и γ_2 — коэф. смертности (принято, что жертвы погибают при встрече с хищником).

Система (3) имеет периодич. решения и стационарное решение типа центра, она структурно неустойчива (см. Устойчивость движения) и потому не может описывать реальные процессы. При небольших модификациях (учёт зависимостей ε и γ от N_1, N_2) она становится структурно устойчивой, имеет автоколебат. решения и широко используется в экологии.

Модель Гаузе описывает взаимодействие популяций:

$$dx_i/dt = \varepsilon_i x_i - \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} x_i x_j; i, j=1, 2, \dots, n, \quad (4)$$

где x_i — численность i -й популяции, n — число популяций, ε_i — коэф. размножения (разности коэф. рождения и естеств. смертности), γ_{ij} — коэф. взаимодействия, учитывающие конкуренцию за питание, взаимное уничтожение, эффект тесноты и т. п.

Модель (4) описывает как отбор «наилучшей» популяции (и исчезновение конкурентов), так и выбор одной из равноправных. Последнее имеет место, если коэф. $\varepsilon_i = \bar{\varepsilon}$ и $\gamma_{ij} = \bar{\gamma}$ одинаковы, а коэф. $\gamma_{ij} > \bar{\gamma}$ ($i \neq j$). Выбор оказывается возможным, поскольку симметричное стационарное состояние при упомянутых условиях неустойчиво. В этом процессе возникает биол. информация. Модели типа (4) используют в теории биол. эволюции (включая происхождение жизни) и в экологии. В инженерной микробиологии и теории иммунной реакции организма используют близкие к (4) модели, но при этом учитывают зависимость коэф. ε_i и γ_{ij} от времени.

В физиологии популярны модели, описывающие автоколебат. процессы. В этих процессах реакция объекта на внеш. воздействие зависит от фазы. Поэтому моделирование важно для определения оптим. момента воздействия (в т. ч. лекарственного).

В кинетике ферментативных систем используют модели, в к-рых динамич. переменными являются концентрации субстратов и продуктов. Нелинейные зависимости скоростей реакций от концентраций субстратов и медиаторов обеспечивают наличие в системе как положит., так и отрицат. обратной связи. Модели мембранных процессов строят аналогично, при этом обратные связи обеспечиваются за счёт нелинейной зависимости скорости транспорта от концентраций. Благодаря положит. обратной связи (в частности, автокатализу) стационарные состояния могут терять устойчивость (как и в теории горения), что позволяет описывать ряд нетривиальных явлений.

Релаксационная модель с N-образной характеристикой:

$$\begin{aligned} \varepsilon dx/dt &= P(x, y), \\ dy/dt &= a + bx + cy, \end{aligned} \quad (5)$$

где параметр $\varepsilon \ll 1$, а ф-ция $P(x, y)$ такова, что изоклина $y_1(x)$ (решение ур-ния $P(x, y) = 0$) имеет два экстремума. Модель описывает генерацию стандартного сигнала в ответ на малое, но конечное внеш. воздействие и релаксационное автоколебание. При изменении параметров модели (5) режим «здубающего» стационарного состояния переходит в режим автоколебаний (и обратно). Модель (5) используют при описании генерации нервного импульса, возникновения биол. ритмов (т. н. биол. часов), в теории мембранной регуляции клеточного цикла и моделировании др. явлений.

Мультистабильная модель с перем. числом стационарных состояний, напр. система, описывающая переключения генетич. аппарата с одного режима работы на другой:

$$\begin{aligned} dx/dt &= A_x (1 + y^n)^{-1} - \kappa x, \\ dy/dt &= A_y (1 + x^n)^{-1} - \kappa y. \end{aligned} \quad (6)$$

В зависимости от параметров A_x, A_y и κ система (6) может иметь либо одно (устойчивое) стационарное состояние, либо три (два устойчивых и одно неустойчивое). В последнем случае система (6) при заданном наборе параметров способна функционировать в двух разных